

Carlo Sintini e Costantino Mustacchio

A scuola con il Commodore 64



Il piacere del computer

Il piacere del computer

- 1 *Tom Rugg e Phil Feldman* 32 programmi con il PET
- 2 *Rich Didday* Intervista sul personal computer, hardware
- 3 *Tom Rugg e Phil Feldman* 32 programmi con l'Apple
- 4 *Ken Knecht* Microsoft Basic
- 5 *Paul M. Chirlian* Pascal
- 6 *Tom Rugg e Phil Feldman* 32 programmi con il TRS-80
- 7 *Rich Didday* Intervista sul personal computer, software
- 8 *Herbert D. Peckham* Imparate il Basic con il PET/CBM
- 9 *Karl Townsend e Merl Miller* Il personal computer come professione
- 10 *Karen Billings e David Moursund* Te ne intendi di computer?
- 11 *Thomas Dwyer e Margot Critchfield* Il Basic e il personal computer, uno: introduzione
- 12 *Don Inman e Kurt Inman* Imparate il linguaggio dell'Apple
- 13 *Thomas Dwyer e Margot Critchfield* Il Basic e il personal computer, due: applicazioni
- 14 *Luigi Pierro* Il manuale del CP/M
- 15 *Carlo Sintini* A scuola con il PET/CBM
- 16 *David Johnson-Davies* Il manuale dell'Atom
- 17 *David E. Schultz* Il libro del Commodore VIC 20
- 18 *Jim Huffman e Robert Bruce* Il "debug" nei personal computer
- 19 *John M. Nevison* Programmazione in Basic per l'uomo d'affari
- 20 *Mark Harrison* Imparate il Basic con lo ZX81
- 21 *Ronald W. Anderson* Dal Basic al Pascal
- 22 *Herbert D. Peckham* Imparate il Basic con il Texas TI 99/44
- 23 *Sergio Borsani* A scuola con il Texas TI 99/4A
- 24 *Jerry Willis e Deborrah Willis* Come usare il Commodore 64
- 25 *Mark Harrison* Imparate il Basic con lo Spectrum
- 26 *Carlo Sintini e Costantino Mustacchio* A scuola con il Commodore 64
- 27 *David A. Lien* Imparate il Basic con l'IBM PC
- 28 *Ken Tracton* Introduzione al Lisp
- 29 *Fabio Mavaracchio* Programmi in Basic per l'elettronica

Pagina mancante
(frontespizio?)

Pagina mancante
(dati editoriali?)

Indice generale

- 7 La grafica a bassa risoluzione**
Tracciamento assi cartesiani Numeri frazionari Tracciamento di una retta Rette nel piano cartesiano Intersezioni fra rette Parabola e retta
- 26 La grafica ad alta risoluzione**
- 32 Matematica elementare**
Sistemi di numerazione Area e perimetro dei poligoni
- 50 Ancora matematica**
Soluzione delle equazioni algebriche Disposizioni e permutazioni Calcolo delle probabilità Matematica per i più esperti Calcolo con le matrici Coniche generiche
- 81 Fisica**
Unità di misura Teoria degli errori Cinematica Balistica Relatività
- 115 Miscellanea**
Frasi inutili Eliza Fratrie
- 130 Analisi matematica**
Integrali definiti Integrali doppi Integrali tripli Calcolo delle aree con il metodo di Montecarlo
- 145 Ancora fisica**
Analisi di Fourier Resistenze e capacità Polinomio approssimante
- 156 Per finire**

La grafica a bassa risoluzione

Lo schermo del Commodore 64 è costituito da 1000 quadratini o caselle, disposti a formare un rettangolo con 25 righe e 40 colonne.

In ciascuno di essi può essere sistemato uno dei caratteri della tastiera (lettere, numeri o simboli grafici), ed ogni casella corrisponde ad un *indirizzo di memoria* secondo lo schema indicato nella figura 1.

La numerazione comincia con la casella nell'angolo superiore sinistro (1024) e termina con la casella dell'angolo inferiore destro (2023).

Ogni volta che termina una riga, la numerazione procede con la prima casella della riga successiva. Si noti che le caselle appartenenti ad una stessa colonna differiscono fra loro di 40 unità in più o in meno, a seconda che si percorra la colonna in verso discendente o ascendente.

I caratteri della tastiera, a loro volta, corrispondono ciascuno ad un numero compreso fra 0 e 255, secondo il codice indicato nella figura 2. I numeri 32 e 96 corrispondono a uno spazio vuoto.

Aggiungendo 128 ai numeri suddetti, si hanno in corrispondenza gli stessi caratteri stampati in REVERSE.

A questo punto siamo in grado di far comparire sullo schermo un carattere qualsiasi su una casella a piacere, per mezzo del comando

POKE A,B

dove A e B indicano rispettivamente l'indirizzo corrispondente alla casella e il codice corrispondente al carattere.

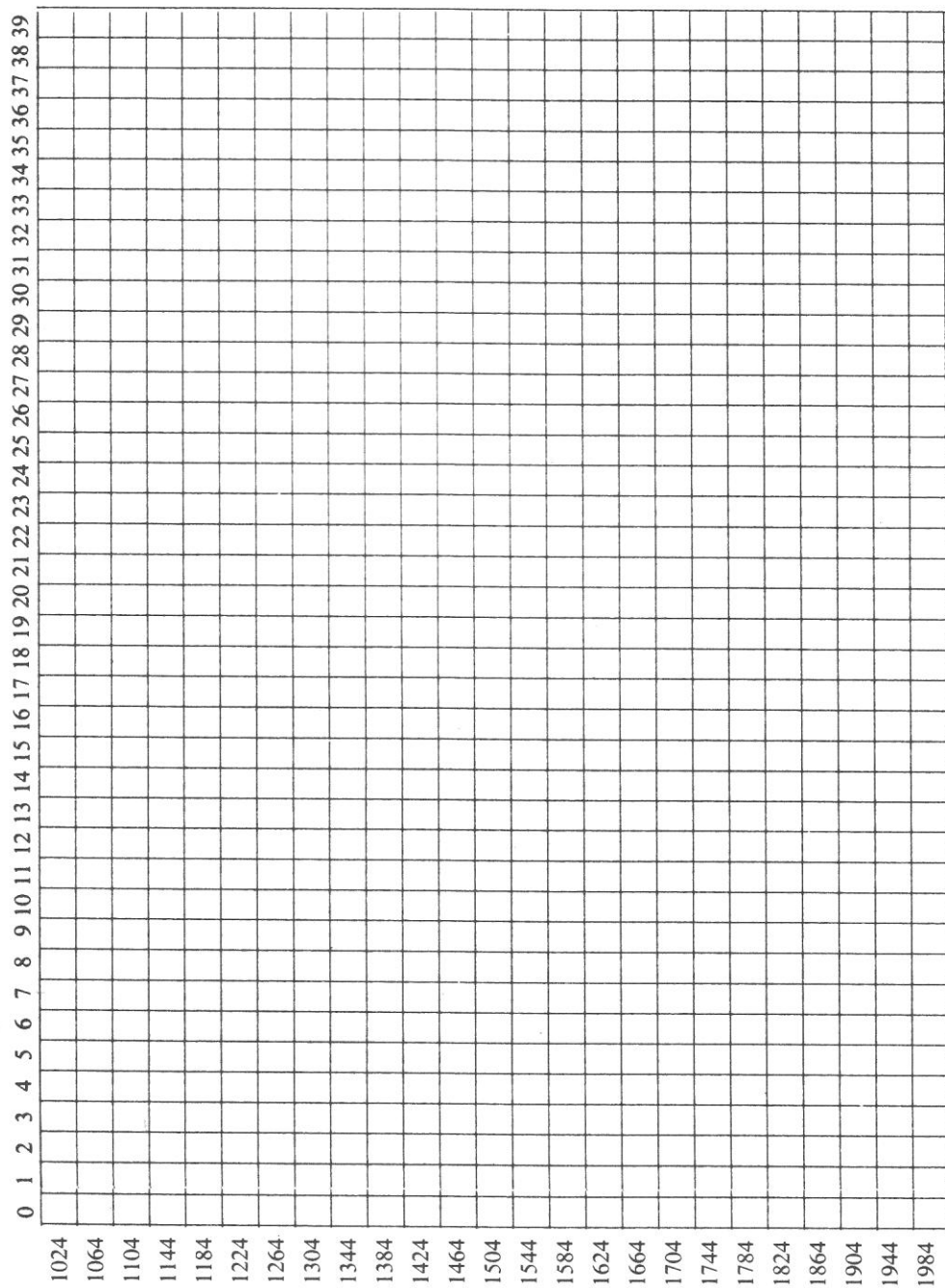


Figura 1. Schermo del Commodore 64.

0=0	1=A	2=B	3=C	4=D	5=E	6=F	7=G
8=H	9=I	10=J	11=K	12=L	13=M	14=N	15=O
16=P	17=Q	18=R	19=S	20=T	21=U	22=V	23=W
24=X	25=Y	26=Z	27=[	28=f	29=]	30=↑	31=←
32=	33=!	34="	35=#	36=\$	37=%	38=&	39='
40=(	41=)	42=*	43=+	44=,	45=-	46=.	47=/
48=0	49=1	50=2	51=3	52=4	53=5	54=6	55=7
56=8	57=9	58=:	59=;	60=<	61==	62=>	63=?
64=-	65=♣	66=	67=-	68=-	69=-	70=_	71=
72=	73=\\	74=\\	75=\\	76=L	77=\\	78=\\	79=Γ
80=7	81=●	82=_	83=●	84=	85= /	86=X	87=0
88=♣	89=	90=♣	91=+	92=×	93=	94=π	95=▼
96=	97=■	98=■	99=-	100=_	101=	102=■	103=
104=■	105=▼	106=	107=+	108=■	109=+	110=7	111=_
112=r	113=+	114=+	115=+	116=	117=	118=	119=-
120=-	121=■	122=J	123=■	124=■	125=J	126=■	127=■

Figura 2

Per esempio il comando

POKE 1024,83

farà comparire il cuoricino nell'angolo superiore sinistro dello schermo, mentre

POKE 1025,211

farà comparire il cuoricino in reverse ($83 + 128 = 211$) nella casella immediatamente successiva. Questo metodo per stampare i caratteri sul video può all'inizio sembrare macchinoso, ma è estremamente utile per realizzare programmi che prevedano il tracciamento di grafici.

In un'altra regione della memoria esistono altri indirizzi che immagazzinano il colore con cui deve essere visualizzato il carattere in ciascun quadratino dello schermo.

Questi indirizzi vanno dal 55296 al 56295 e sono ripartiti in 25 righe e 40 colonne con lo stesso criterio visto per i caratteri.

I colori possono essere scelti con il comando

POKE n,c

dove n è il numero corrispondente al quadratino cui ci si vuole riferire, e c uno dei 16 colori disponibili nel Commodore 64, con il criterio seguente:

0 = nero	8 = arancio
1 = bianco	9 = marrone
2 = rosso	10 = rosa
3 = ciano	11 = grigio 1
4 = viola	12 = grigio 2
5 = verde	13 = verde chiaro
6 = blu	14 = celeste
7 = giallo	15 = grigio 3

Quindi per ogni casella dello schermo esistono due indirizzi di memoria: uno (1024-2023) per stabilire quale carattere deve apparire, ed un altro (55296-56295) per stabilirne il colore.

Per esempio, con il comando

POKE 55296,2

il cuoricino nell'angolo superiore sinistro dello schermo diverrà rosso, mentre con il comando

POKE 55297,5

lo sfondo del cuoricino in reverse diventerà verde.

Talvolta per brevità si può omettere la POKE del colore (ed è ciò che faremo nel presente capitolo): il carattere apparirà celeste su fondo blu. Può avvenire, se per esempio si è cambiato il colore dello sfondo, che il carattere non sia visibile perché del suo stesso colore: in tal caso è sufficiente posizionarsi con il cursore sul carattere per rendersi conto se sia effettivamente nel posto giusto.

I colori dello sfondo e della cornice possono essere modificati a piacere con i comandi:

POKE 53280,c per la cornice
POKE 53281,c per lo sfondo

dove c è uno dei sedici colori visti precedentemente.

Proseguiamo ora il discorso della grafica con le POKE tralasciando le POKE del colore (55296-56295) e occupiamoci soltanto di quelle dei caratteri (1024-2023).

Prendiamo in considerazione una casella qualsiasi, per esempio la 1523 che si trova all'incirca in mezzo allo schermo, e battiamo sul C-64 il ciclo seguente

```
10 FOR K = 0 TO 39
20 POKE 1523 + K,42
30 NEXT K
```

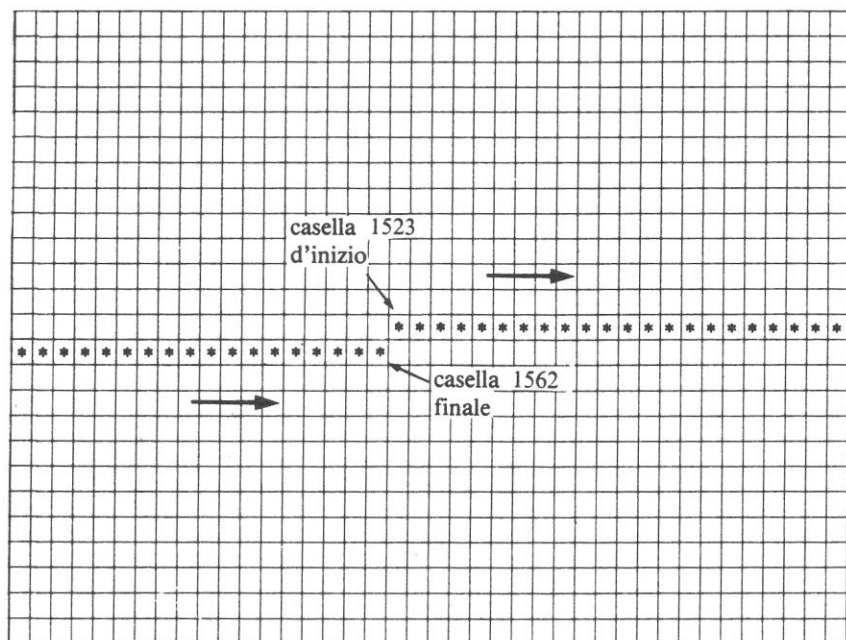


Figura 3

Sul video compariranno, a partire dalla casella 1523, quaranta asterischi allineati che procedono verso destra.

Alla fine della riga la serie di asterischi si interrompe e riprende all'inizio della riga successiva (figura 3).

Sostituendo la linea 20 con

```
20 POKE 1523-K,42
```

si ottiene una serie di asterischi che partono dalla stessa casella, ma procedono in verso contrario (figura 4).

Proviamo ora a battere il ciclo

```
10 FOR K = 0 TO 12
20 POKE 1523+40*K,42
30 NEXT K
```

Ogni volta che K viene incrementato di una unità, l'indirizzo aumenta di 40 e quindi gli asterischi procederanno verso il basso lungo la stessa colonna (figura 5).

Contrariamente a quanto avveniva per gli spostamenti orizzontali, se K aumentasse oltre il valore 12 gli asterischi non continuerebbero a scorrere lungo la colonna adiacente.

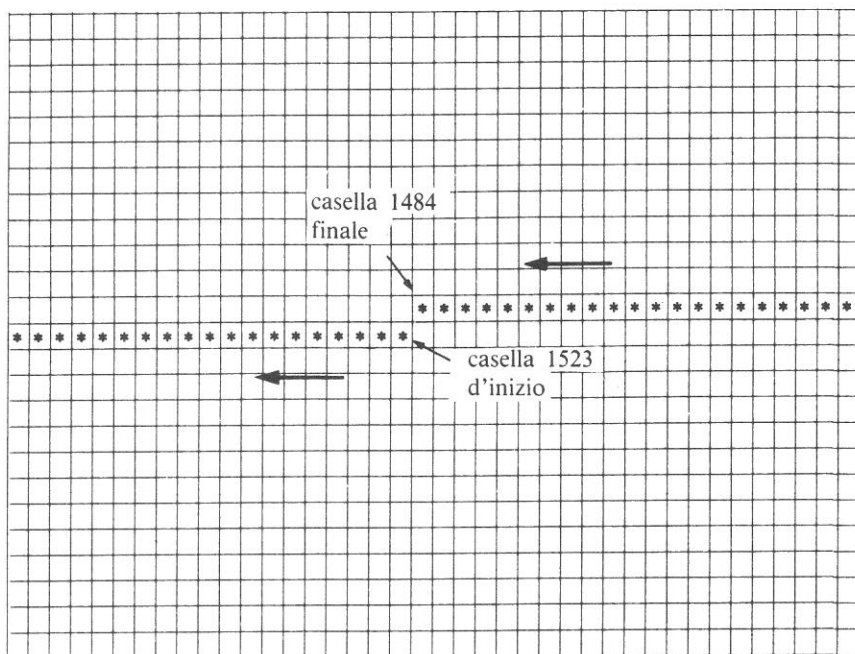


Figura 4

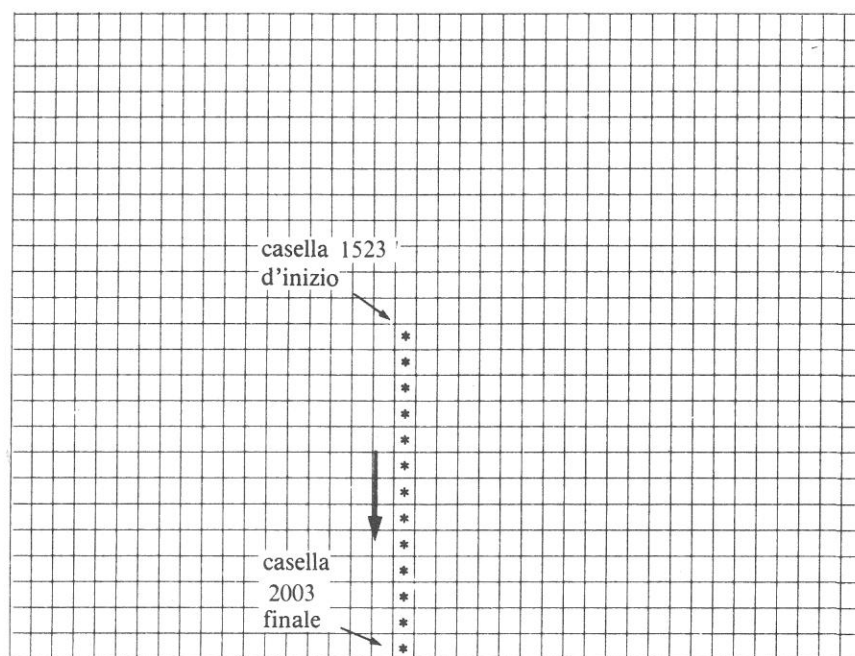


Figura 5

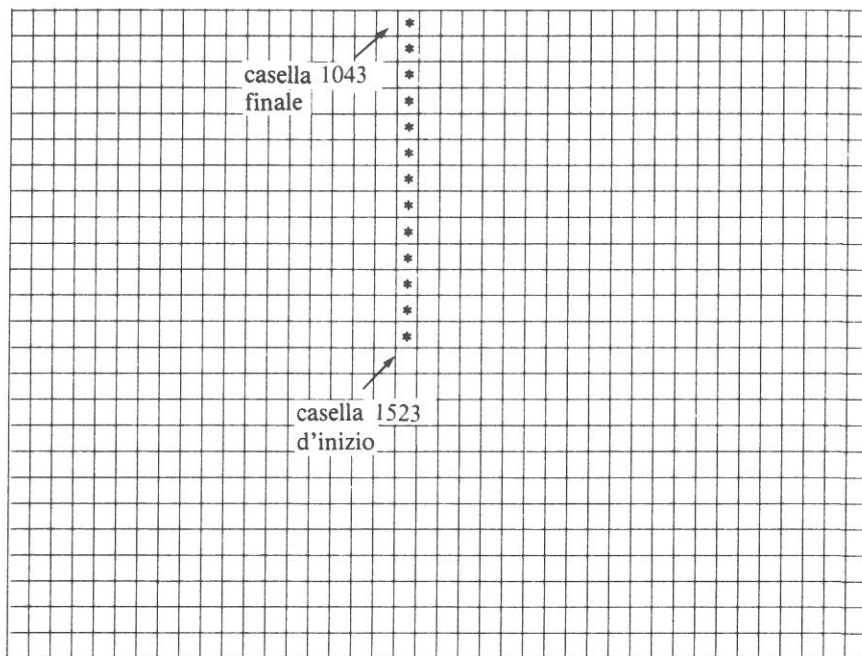


Figura 6

Per l'uso che faremo delle "poke grafiche" dovremo quindi fare attenzione a non superare gli indirizzi che compaiono nella figura 1. Infine, con il ciclo

```
10 FOR K = 0 TO 12
20 POKE 1523-40*K
30 NEXT K
```

si avrà una colonna di asterischi che procede verso l'alto lungo una stessa colonna.

TRACCIAMENTO ASSI CARTESIANI

Come semplice applicazione iniziale proviamo a battere il programmino seguente.

```
10000 REM LISTATO 1
10010 REM TRACCIAMENTO ASSI CARTESIANI
10020 POKE53281,3
10022 POKE53280,10
10024 PRINT"X"
```

```

10030 FORK=0T0999
10040 POKE1024+K,46
10050 NEXT K
10060 FORK=0T024
10070 POKE1043+40*K,115
10080 NEXTK
10090 FORK=0T039
10100 POKE1504+K,114
10110 NEXTK
10120 POKE1523,91
10130 POKE1041,25
10140 POKE1623,24
10150 GOTO10150

```

Dopo la sistemazione dei colori dello schermo, nelle linee 10030-10050 vengono fatti stampare mille punti consecutivi che riempiono tutto il video e che costituiscono una specie di "quadrettamento" dello schermo. Le linee 10060 e 10110 tracciano i due assi coordinati, mentre le linee 10120-10140 stampano rispettivamente l'incrocio dei due assi, e i nomi Y e X di ciascun asse.

La linea 10150 è un artificio che impedisce al C-64 di stampare il READY alla fine del programma, finché non viene premuto il tasto STOP.

NUMERI FRAZIONARI

Sospendiamo un attimo il discorso sulle poke grafiche ed elaboriamo una piccola routine che ci permetta di trasformare un numero razionale sotto forma di frazione con numeratore e denominatore interi.

Per esempio

$$3.24 = \frac{324}{100} = \frac{81}{25}$$

Ci servirà in seguito per alcuni programmi, ed è utile dal punto di vista didattico perché gli studenti sono abituati a mettere i risultati algebrici appunto sotto questa forma.

Battete il seguente listato

```

10 REM LISTATO 2
20 REM TRASFORMAZIONE IN FRAZIONE
30 POKE53281,3
40 POKE53280,10
50 PRINT"3.24"
60 INPUT"BATTE UN NUMERO DECIMALE";N
70 GOSUB20000
80 PRINT"CORRISPONDE A "N"/"D
90 GOTO60
20000 REM SUBROUTINE DI TRASFORMAZIONE
20010 K=0

```

```

20020 K=K+1
20030 T=N*K:IFT-INT(T)<.00001THEN20070
20040 IFK=100THENPRINT"UN MOMENTO..."
20050 IFK>300THEND=1:RETURN
20060 GOTO20020
20070 N=N*K:D=K:RETURN

```

Le linee fino alla 60 non hanno bisogno di particolari commenti. La subroutine 20000 esegue la trasformazione richiesta.

Dopo aver azzerato la variabile K, in 20020 è posto un contatore $K = K + 1$, che ad ogni passaggio aumenta di una unità. Viene anche istituita la nuova variabile T moltiplicando N per K.

A questo punto viene presa in esame la differenza tra T e la sua parte intera.

Se per esempio $K = 3$ ed $N = 3.2$ allora $T = 9.6$ e la parte intera di T è uguale a 9: la differenza è .6 e il programma salta la condizione posta nella linea 20030.

Alla linea 20060 si ha un ritorno indietro fino a quando T e INT(T) risultano uguali: in questo caso K è il multiplo che rende intero N e si ha l'uscita alla linea 20070 dove N e D assumono il significato di numeratore e denominatore della frazione finale.

Invece della condizione

IF T-INT(T) = 0 THEN

è necessario usare la condizione

IF T-INT(T) >.00001 THEN

perché i calcolatori talvolta presentano piccole imprecisioni sulle ultime cifre decimali.

La linea 20050 è un'uscita necessaria per interrompere il loop quando K supera 300 (valore fissato ad arbitrio).

La linea 20040 ha l'unico scopo di avvertire l'operatore che il calcolatore sta ricercando la frazione.

Nel caso in cui si voglia utilizzare questa subroutine in programmi più complessi, dove il numero decimale in entrata è il risultato di un calcolo, e quindi può contenere diverse cifre decimali, o essere addirittura irrazionale, può essere utile limitare il numero di cifre decimali prima dell'uscita alla linea 20050 modificando la stessa nel modo seguente:

20050 IF K>300 THEN N=INT(N*100+.5)/100:D=1:RETURN

 TRACCIAMENTO DI UNA RETTA

Riprendiamo ora la parte grafica ed occupiamoci di una subroutine che tracci sullo schermo una retta la cui equazione sia nella forma

$$y = mx + q$$

La posizione degli assi coordinati sarà ovviamente quella fissata nella prima routine. I coefficienti m e q rappresentano rispettivamente il coefficiente angolare della retta e il termine noto.

```

10 REM LISTATO 3
20 REM TRACCIAMENTO RETTA
30 POKE53281,3
40 POKE53280,10
50 PRINT"██"
60 INPUT"COEFFICIENTE ANGOLARE";M
70 INPUT"TERMINE NOTO";Q
80 PRINT"█";GOSUB30000
90 INPUT"ANCORA";R$
100 IF LEFT$(R$,1)="S" THEN RUN
110 END
30000 REM SUBROUTINE
30010 FOR K=0 TO 39
30015 X=K-19
30020 Y=M*X+Q:Y=INT(Y)
30030 IF Y>12 OR Y<-12 THEN 30050
30040 POKE1544+K-Y*40,42
30050 NEXT K
30060 RETURN
  
```

In 60 e 70 vengono introdotti nel Commodore 64 i valori di m e q , e le linee 80 e 90 non hanno bisogno di ulteriori spiegazioni. Si noti che la 100 permette di accettare sia la risposta SI per esteso che semplicemente la S (perché viene considerata solo la prima lettera).

In 30010 viene istituito un ciclo FOR NEXT con K che varia da 0 a 39, e viene introdotta una nuova variabile X che varia da -19 a +20, e tali valori rappresentano le ascisse dei punti che compariranno sullo schermo.

In 30020 viene ogni volta (per ciascun valore di K e quindi di X) calcolata la corrispondente ordinata.

Essa può essere positiva o negativa, e si noti che viene trasformata in valore numerico intero. Quando tale ordinata è maggiore di 12 o minore di -12, non potendo essere rappresentata sullo schermo (vedi listati relativi alle figure 5 e 6), la linea 30030 impone un salto che evita la stampa del punto della retta.

La linea 30040 stampa un asterisco in corrispondenza del punto della retta.

L'indirizzo di memoria iniziale (1544) corrisponde al primo punto a sinistra dell'asse delle ascisse. Ad ogni scatto unitario di K viene presa in considerazione la casella delle ascisse immediatamente successiva, e al valore così ottenuto viene *tolta* la quantità $(Y*40)$ se la Y è *positiva* (infatti se l'ordinata è positiva l'asterisco si deve spostare verso l'alto in direzione verticale). Invece viene *aggiunta* la quantità $(Y*40)$ se la Y è *negativa* (e l'asterisco si sposta in verticale verso il basso).

Quando K ha raggiunto il suo valore massimo si ha il RETURN.

Si noti che il programma non permette di tracciare rette verticali perché m non può assumere valore infinito, mentre non c'è alcun impedimento a tracciare rette orizzontali ponendo $m = 0$.

RETTE NEL PIANO CARTESIANO

Applichiamo le semplici routine precedenti al primo programma completo del volume.

Per questo e per i successivi si tenga presente che talvolta sarebbe possibile ottenere gli stessi risultati con variazioni al listato che permetterebbero un certo risparmio di memoria o una esecuzione più rapida, ma ho preferito quasi sempre adottare procedimenti che risultassero maggiormente chiari per il lettore alle prime armi.

```

100 REM COPYRIGHT IN BASIC
110 REM VIA SEZZE 22 LATINA
120 REM TEL 487631
130 CLR:POKE53280,10:POKE53281,3:PRINT"RT"
140 PRINTTAB(7);"RETTE NEL PIANO CARTESIANO"
150 PRINT"QUESTO PROGRAMMA TI PERMETTE DI"
160 PRINT"OTTENERE L'EQUAZIONE DI UNA RETTA"
170 PRINT"CONOSCENDO LE COORDINATE DI DUE SUOI"
180 PRINT"PUNTI,ED INFINE TI MOSTRERA' IL GRAFICO"
190 PRINT"DELLA RETTA."
200 PRINTTAB(11);"(PREMI UN TASTO)"
210 GETR$:IFR$=""THEN210
220 PRINT"COORDINATE PRIMO PUNTO : "
230 INPUT"X=";X1
240 INPUT"Y=";Y1
250 PRINT"SECONDO PUNTO : "
260 INPUT"X=";X2
270 INPUT"Y=";Y2
280 IFX1=X2ANDY1=Y2THEN220
290 IFX1<>X2THEN320
300 PRINT"LA RETTA E' VERTICALE"
310 GOTO5000
320 IFY1<>Y2THEN350
330 PRINT"LA RETTA E' ORIZZONTALE"
340 GOTO5000
350 D=SQR((X2-X1)^2+(Y2-Y1)^2):N=D
360 GOSUB20000
370 PRINT"LA DISTANZA FRA I DUE PUNTI E' : "
380 PRINTTAB(10);"N"/"D"

```



```

390 REM CALCOLO DELL'EQUAZIONE
400 M=(Y2-Y1)/(X2-X1):Q=Y1-(M*X1)
410 M=INT(M*100+.5)/100:Q=INT(Q*100+.5)/100
420 PRINT"L'EQUAZIONE DELLA RETTA E' : "
430 IFSGN(Q)<0THEN450
440 PRINTTAB(5)"Y ="M" X + "Q:GOTO460
450 PRINTTAB(5)"Y ="M" X "Q
460 INPUT"VUOI IL GRAFICO";R$
470 IFLEFT$(R$,1)="S"THENGOSUB10000:GOSUB30000
5000 REM RICHIESTA DI PROSEGUIMENTO
5010 INPUT"VUOI CONTINUARE";R$
5020 IFLEFT$(R$,1)="S"THENRUN
5030 PRINT"OK - CIAO !!":END
10000 REM TRACCIAMENTO ASSI CARTESIANI
10010 PRINT"J":FORK=0TO999
10020 POKE1024+K,46:NEXTK
10030 FORK=0TO24
10040 POKE1043+40*K,115
10050 NEXTK
10060 FORK=0TO39
10070 POKE1504+K,114
10080 NEXTK
10090 POKE1523,91
10100 POKE1041,25
10110 POKE1623,24
10120 RETURN
20000 REM TRASF. IN FRAZIONE
20010 K=0
20020 K=K+1
20030 T=N*K:IFT-INT(T)<.00001THEN20070
20040 IFK=100THENPRINT"UN MOMENTO..."
20050 IFK>300THEND=1:N=INT(N*100+.5)/100:RETURN
20060 GOTO20020
20070 N=N*K:D=K:RETURN
30000 REM TRACCIAMENTO RETTA
30010 FORK=0TO39
30020 X=K-19
30030 Y=M*X+Q:Y=INT(Y)
30040 IFY>12ORY<-12THEN30060
30050 POKE1544+K-Y*40,42
30060 NEXTK
30070 FORK=1TO5000:NEXTK
30080 RETURN

```

Fino alla linea 270 non occorrono molte spiegazioni: un CLR azzerava tutte le variabili, viene cancellato il video, appare il titolo del programma e un breve commento esplicativo.

In 200 il programma si ferma in attesa che venga premuto un tasto, e poi devono essere battute sulla tastiera le coordinate di due punti della retta.

In 280, 300, 330 vengono selezionati i casi in cui la retta è indeterminata, orizzontale o verticale e, quando una delle tre situazioni si verifica, si ha un salto alla parte finale del programma (senza esecuzione del grafico).

In realtà il grafico della retta orizzontale potrebbe essere eseguito senza difficoltà e, con una semplice modifica, si potrebbe tracciare anche la

retta verticale, ma ho preferito considerare banali questi due casi e rendere esecutivo il grafico solo quando la retta non è parallela agli assi coordinati.

In 350 viene calcolata la distanza fra i due punti che individuano la retta; tale distanza (D) viene posta uguale ad N e inviata alla subroutine 20000 che la trasforma in frazione decimale (se il denominatore è minore di 300, altrimenti restituisce il numero con la virgola, e due cifre decimali). Le linee 370 e 380 stampano il risultato della distanza.

Successivamente si passa al calcolo dei coefficienti m e q dell'equazione della retta in forma esplicita (linea 400).

Si noti che nel calcolo di m sarebbe necessario prevedere ed impedire che il denominatore $x_2 - x_1$, possa assumere il valore zero, altrimenti il programma si fermerebbe segnalando un errore a causa della divisione per zero.

Avendo però già eliminata la trattazione delle rette verticali (linea 300), tale precauzione è inutile.

In 410 i valori di m e q vengono limitati a due cifre decimali.

In 440 o 450 viene stampata l'equazione della retta in forma esplicita a seconda del segno del termine noto, verificato nella linea 430.

Dalla linea 5000 in poi c'è la richiesta di proseguimento.

Le subroutine 10000, 20000, 30000, sono quelle già viste per il tracciamento degli assi cartesiani, per la trasformazione di un numero decimale in frazione, e per il tracciamento della retta.

Nella linea 30070 è stato inserito un ciclo di ritardo sufficientemente lungo per dare il tempo all'operatore di osservare la retta prima della richiesta di proseguimento.

INTERSEZIONI FRA RETTE

È un arricchimento del precedente ed offre la possibilità di trattare e tracciare contemporaneamente due rette, dopo aver calcolato il loro punto di intersezione.

```

10 REM COPYRIGHT IN BASIC
15 REM VIA SEZZE 22 LATINA
18 REM TEL. 487631
20 PRINT"***"
25 POKE53280,10:POKE53281,3
30 PRINTTAB(9)"***INTERSEZIONI FRA RETTE***"
40 PRINT"QUESTO PROGRAMMA TI PERMETTE DI OTTENERE"
50 PRINT"LE EQUAZIONI DI DUE RETTE , DI CALCOLARE"
60 PRINT"LE COORDINATE DEL LORO PUNTO DI INTER-"
70 PRINT"SEZIONE , ED INFINE TI MOSTRERA' IL"
80 PRINT"GRAFICO DELLE DUE RETTE."
90 PRINTTAB(12)"***(PREMI UN TASTO)***"

```

```

100 GETA$: IFA$="" THEN 100
110 CLR
120 PRINT "J": FOR J=1 TO 2
130 PRINT "00J" "J" "IP RETTA"
140 PRINT "ADAMMI LE COORDINATE DEL PRIMO PUNTO:"
150 INPUT "X1=": X1(J)
160 INPUT "Y1=": Y1(J)
170 PRINT "E QUELLE DEL SECONDO PUNTO:"
180 INPUT "X2=": X2(J)
190 INPUT "Y2=": Y2(J)
200 NEXT J
210 PRINT "OK - UN ATTIMO DI PAZIENZA!"
220 FOR J=1 TO 2
225 REM-FLAGS PER RETTE ORIZZONTALI E VERTICALI
230 IF X1(J)=X2(J) THEN FV(J)=1: PRINT "LA "J" RETTA E' VERTICALE"
240 IF Y1(J)=Y2(J) THEN FO(J)=1: PRINT "LA "J" RETTA E' ORIZZONTALE"
250 REM-CALCOLO DELLE M E Q
260 IFFV(J)=0 THEN MC(J)=(Y2(J)-Y1(J))/(X2(J)-X1(J))
270 IFFV(J)=0 THEN Q(J)=Y1(J)-(MC(J)*X1(J))
280 NEXT J
290 REM-VERIFICA DI PARALLELISMO O PERPENDICOLARITA'
295 IFFV(1)=1 OR FO(1)=1 OR FV(2)=1 OR FO(2)=1 THEN 1000
300 IF MC(1)=MC(2) THEN PRINT "LE RETTE SONO PARALLELE FRA LORO": GOTO 390
310 IF MC(1)=-1/MC(2) THEN PRINT "LE RETTE SONO PERPENDICOLARI FRA LORO"
320 REM-CALCOLO DELL'INTERSEZIONE
330 XX=(Q(2)-Q(1))/(MC(1)-MC(2))
340 YY=MC(1)*XX+Q(1)
350 N=XX:GOSUB 20000: XN=N: XD=D
360 N=YY:GOSUB 20000: YN=N: YD=D
370 PRINT "LE RETTE SI INCONTRANO IN"
380 PRINT TAB(5) "XP=("XN"/"XD"; "YN"/"YD")"
390 REM-CALCOLO DELLE EQUAZIONI
400 FOR J=1 TO 2
410 N=MC(J):GOSUB 20000: NM(J)=N: DM(J)=D
420 N=Q(J):GOSUB 20000: NQ(J)=N: DQ(J)=D
440 PRINT "L'EQUAZIONE DELLA "J" RETTA E':"
450 P$="": IF SGN(Q(J))=+1 OR Q(J)=0 THEN P$="+"
460 PRINT TAB(7) "MY="NM(J)"/"DM(J)"X"P$NQ(J)"/"DQ(J)
470 NEXT J
480 INPUT "VUOI IL GRAFICO": R$
490 IF LEFT$(R$,1)="S" THEN GOSUB 10000
495 IF LEFT$(R$,1)<>"S" THEN 520
500 M=M(1): Q=Q(1): GOSUB 30000
510 M=M(2): Q=Q(2): F=1: GOSUB 30000
520 INPUT "VUOI PROVARE ANCORA": R$
530 IF LEFT$(R$,1)="S" THEN 110
540 PRINT "OK - CIAO!"
550 END

1000 REM-USCITA SE UNA RETTA E' PARALLELA AD UN ASSE
1010 PRINT "BANALE! UNA RETTA E' PARALLELA AD UNO"
1020 PRINT "DEGLI ASSI COORDINATI."
1030 PRINT "PER FAVORE IMPEGNAMI CON QUALCOSA DI"
1040 PRINT "PIU' SERIO!!": GOTO 520

10000 REM-TRACCIAMENTO ASSI CARTESIANI
10010 PRINT "J": FOR K=0 TO 999: POKE 1024+K, 46: NEXT K
10020 FOR K=0 TO 24: POKE 1043+40*K, 115: NEXT K
10030 FOR K=0 TO 39: POKE 1504+K, 114: NEXT K
10040 POKE 1523, 91: POKE 1041, 25: POKE 1623, 24
10050 RETURN

20000 REM-TRASFORMAZIONE IN FRAZIONE
20010 K=0
20020 K=K+1: T=N*K: IFT=INT(T)<.00001 THEN 20060

```

```

20040 IFK<100THEN20020
20050 D=1:N=INT(T*100+.5)/100:RETURN
20060 N=INT(T):D=K:RETURN
30000 REM-TRACCIAMENTO RETTA
30010 FORK=0TO39:X=K-19
30020 Y=INT(M*X+Q)
30030 IFY>12ORY<-12THEN30050
30040 POKE1544+K-Y*40.42
30050 NEXTK
30055 IFF=0THEN30080
30060 GETA$:IFA$=""THEN30060
30070 PRINT"J"
30080 RETURN

```

Fino alla linea 100 c'è il solito preambolo esplicativo e in 110 un CLR che azzerava tutte le variabili.

Da 120 a 200 viene istituito un ciclo FOR NEXT per introdurre le coordinate di due punti per ciascuna delle due rette (la variabile è J per evitare confusioni con i cicli FOR NEXT delle subroutine che utilizzano la variabile K).

Nella subroutine 20000, poiché dovrà essere utilizzata diverse volte, è stato ridotto da 300 a 100 (linea 20040) il valore massimo oltre il quale il Commodore 64 rinuncia alla trasformazione in frazione.

Così i tempi di esecuzione sono più brevi, ed è possibile eliminare l'avvertimento intermedio

UN MOMENTO.....

che verrebbe ripetuto quasi ogni volta che venisse utilizzata la subroutine in questione.

In compenso è stata introdotta la linea 210. Da 225 a 240 vengono istituiti due *flag*¹ per ciascuna delle due rette per riconoscere quando esse sono parallele agli assi coordinati.

Nelle linee 250, 260, 270 vengono calcolati i valori di *m* (se la retta in questione non è verticale) e di *q*.

Quindi, in 280 si chiude il ciclo iniziato in 220. Nella 290 inizia la verifica di parallelismo o perpendicolarità.

Se una delle rette è orizzontale o verticale si ha un salto alla linea 1000 dove, dopo un breve commento, si torna alla 520 per la richiesta di un nuovo problema.

Nella 300 viene verificato il parallelismo e, in caso affermativo, viene saltato il calcolo del punto di intersezione.

In 310 infine viene verificata (o meno) la perpendicolarità.

¹Un flag è una variabile usata come "segnale": in corrispondenza di due (o più) situazioni, il suo valore viene posto per esempio uguale a 0 o ad 1. Nel seguito del programma, a seconda del valore del flag si avrà o meno un salto condizionato.

Infine in 320 inizia il calcolo delle coordinate del punto di intersezione. Dopo averle individuate, esse vengono trasformate in frazione (se possibile), e si ha la stampa del risultato.

In 390 inizia il calcolo delle equazioni (uguale a quello del programma precedente), inserito in un ciclo FOR NEXT che termina alla linea 470. Finalmente si arriva al grafico che viene eseguito col solito procedimento.

Si noti alla fine della subroutine 30000 la piccola modifica finale: nella linea 500 si ricorre alla subroutine 30000 e poiché la variabile F non è mai stata finora usata, essa ha valore zero. Quando il Commodore 64 arriva alla linea 30055 (cioè dopo aver tracciato la prima retta) è costretto a saltare le linee 30060 e 30070 rispettivamente di attesa e di cancellazione dello schermo. Si ha perciò un RETURN ed un passaggio alla linea 510. Qui la variabile F (che è dunque un flag) viene posta uguale ad 1, e perciò quando il Commodore 64 ha tracciato la seconda retta la linea 30055 viene ignorata ed esso rimarrà in attesa che l'operatore prema un tasto, dopo di che cancellerà lo schermo e proporrà la continuazione o meno del programma.

PARABOLA E RETTA

```

10 REM COPYRIGHT IN BASIC
15 REM VIA SEZZE 22 LATINA
18 REM TEL. 487631
20 CLR:PRINT"13"
23 POKE53280,10:POKE53281,3
25 BB=55296:TV=1024
30 PRINTTAB(10)"PARABOLA E RETTA"
40 PRINT"QUESTO PROGRAMMA CALCOLA IL VERTICE DI"
50 PRINT"UNA PARABOLA DEL TIPO:"
60 PRINTTAB(15)"2"
70 PRINTTAB(11)"Y=AX +BX+C"
80 PRINT"LE SUE INTERSEZIONI CON GLI ASSI , E LE"
90 PRINT"EVENTUALI INTERSEZIONI CON UNA RETTA"
100 PRINT"NELLA FORMA :"
110 PRINTTAB(13)"Y=MX+Q"
120 PRINT"INFINE ESEGUIRA' IL GRAFICO SIA DELLA"
130 PRINT"PARABOLA CHE DELLA RETTA."
140 GOSUB5000
150 PRINT"DAMMI IL VALORE DEI COEFFICIENTI DELLA"
160 PRINT"PARABOLA:"
170 INPUT"OA=";A
175 IFA=0THENPRINT"PARABOLA DEGENERARE! NON FARE LO SCIOCO!":GOTO170
180 INPUT"OB=";B
190 INPUT"OC=";C
200 PRINT"DE QUELLI DELLA RETTA:"
210 INPUT"OM=";M
220 INPUT"OQ=";Q
230 PRINT"OK - UN ATTIMO DI PAZIENZA!"
240 REM CALCOLO VERTICE

```

```

250 VX=-B/(2*A):VY=-((B*B)-(4*A*C))/(4*A)
260 N=VX:GOSUB20000:V1=N:V2=D
270 N=VY:GOSUB20000:V3=N:V4=D
280 PRINT"IL VERTICE DELLA PARABOLA HA COORDINATE"
290 PRINTTAB(8)"M=("V1"/"V2";"V3"/"V4")"
300 REM CALCOLO INTERSEZIONI ASSI
310 D=B^2-(4*A*C)
320 IFD<0THENPRINT"NON TAGLIA L'ASSE X":GOTO370
330 X1=(-B-SQR(D))/(2*A):X2=(-B+SQR(D))/(2*A)
332 N=X1:GOSUB20000:X3=N:X4=D
334 N=X2:GOSUB20000:X5=N:X6=D
340 IFX1=X2THENPRINT"E' TANG. ALL'ASSE X IN X="X3"/"X4":GOTO370
350 PRINT"TAGLIA L'ASSE X NEI PUNTI:"
360 PRINT"("X3"/"X4";0)"SPC(5)"("X5"/"X6";0)"
370 PRINT"TAGLIA L'ASSE Y NEL PUNTO:"
380 PRINTTAB(10)"("0;"C")"
390 GOSUB5000
400 PRINT"ANCORA UN PO' DI PAZIENZA!"
405 REM-RICERCA INTERSEZIONI PAR.-RETTA
410 DD=(B-M)^2-4*A*(C-Q)
420 IFDD<0THENPRINT"RETTA E PARABOLA NON SI INCONTRANO":GOTO520
430 IFDD=0THENGOSUB6000:GOTO520
440 DD=SQR(DD):N1=(M-B-DD)/(2*A):N=N1:GOSUB20000:I1=N:I2=D
450 N2=(M-B+DD)/(2*A):N=N2:GOSUB20000:I3=N:I4=D
460 N3=(M*N1)+Q:N=N3:GOSUB20000:I5=N:I6=D
470 N4=(M*N2)+Q:N=N4:GOSUB20000:I7=N:I8=D
480 PRINT"LE INTERSEZIONI FRA PARABOLA E RETTA"
490 PRINT"HANNO COORDINATE:"
500 PRINTTAB(5)"P1=("I1"/"I2";"I5"/"I6")"
510 PRINTTAB(5)"P2=("I3"/"I4";"I7"/"I8")"
520 INPUT"VUOI IL GRAFICO";R$
530 IFLEFT$(R$,1)="S"THENGOSUB10000:GOSUB30000:GOSUB40000
540 GETA$:IFA$=""THEN540
550 INPUT"VUOI PROVARE ANCORA";R$
560 IFLEFT$(R$,1)="S"THENRUN
570 PRINT"OK - CIAO!"
580 END
5000 REM-SUBROUTINE D'ATTESA
5010 PRINTTAB(12)"(PREMI UN TASTO)"
5020 GETA$:IFA$=""THEN5020
5030 RETURN
6000 REM-CALCOLO TANGENZA
6010 PRINT"RETTA E PARABOLA SONO TANGENTI IN:"
6020 TX=(M-B)/(2*A):N=TX:GOSUB20000:T1=N:T2=D
6030 TY=M*TX+Q:N=TY:GOSUB20000:T3=N:T4=D
6040 PRINTTAB(10)"T=("T1"/"T2";"T3"/"T4")"
6050 RETURN
10000 REM-TRACCIAM. QUADRO
10010 PRINT"Q":FORK=0TO999:POKEBB+K,5:POKETV+K,46:NEXTK
10020 FORK=0TO24:POKEBB+19+40*K,2:POKETV+19+40*K,115:NEXTK
10030 FORK=0TO39:POKEBB+480+K,2:POKETV+480+K,114:NEXTK
10040 POKEBB+499,2:POKETV+499,91:POKEBB+17,0:POKETV+17,25
10045 POKEBB+599,0:POKETV+599,24
10050 RETURN
20000 REM-TRASFORMAZIONE IN FRAZIONE
20010 K=0
20020 K=K+1:T=N*K:IFT-INT(T)<.0001THEN20060
20040 IFK<50THEN20020
20050 D=1:N=INT(N*100+.5)/100:RETURN
20060 N=N*K:D=K:RETURN
30000 REM-TRACCIAM. RETTA
30010 FORK=0TO39:X=K-19

```

```

30020 Y=INT(M*X+Q)
30030 IFY>120RY<-12THEN30050
30035 POKEBB+480+K-(Y*40),6
30040 POKETV+480+K-(Y*40),42
30050 NEXTK
30060 RETURN
40000 REM-TRACCIAM.PARABOLA
40010 FORK=0TO39:X=K-19
40020 Y=INT(A*X^2+B*X+C)
40030 IFY>120RY<-12THEN40050
40035 POKEBB+480+K-(Y*40),6
40040 POKETV+480+K-(Y*40),42
40050 NEXTK
40060 RETURN

```

Fino alla linea 230 viene descritto cosa fa il programma, e sono richiesti i coefficienti a , b e c di una parabola del tipo

$$y = ax^2 + bx + c$$

e i coefficienti m e q di una retta nella forma

$$y = mx + q$$

In 175 viene eliminato il caso in cui $a = 0$ (che causerebbe in seguito una divisione per zero), con la richiesta di un nuovo valore. Si ha poi il calcolo del vertice della parabola, e le coordinate VX e VY vengono rese frazionarie (per mezzo della solita subroutine 20000) e trasformate in

$$\frac{V1}{V2} \text{ e } \frac{V3}{V4}$$

In 310 viene calcolato il discriminante D del secondo membro dell'equazione della parabola. Poi, se D è negativo (e quindi la parabola non taglia l'asse x), si ha un salto in 370 dove si passa al calcolo dell'intersezione con l'asse y .

In 330 si determinano le ascisse X1 e X2 dei due punti di intersezione della parabola con l'asse x , e nelle due linee successive esse vengono rispettivamente trasformate nella forma frazionaria X3/X4 e X5/X6.

In 340, se X1 = X2 (e quindi la parabola è tangente all'asse x), si ha di nuovo un salto in 370.

Nelle linee 350 e 360 viene dato l'ordine di stampare le coordinate dei due punti distinti di intersezione con l'asse x .

In 370 e 380 si ha la stampa delle coordinate del punto di intersezione della parabola con l'asse y .¹

¹Esso ha coordinate (0;c), e non ho ritenuto necessario trasformare c in frazione dato che quasi sempre esso è già in forma intera (almeno nei normali esempi didattici).

Nella 400 inizia il calcolo dei punti di intersezione fra parabola e retta: DD è il discriminante dell'equazione di secondo grado in X che si ottiene confrontando i secondi membri delle equazioni della parabola e della retta. Se DD è negativo non si hanno intersezioni e si passa alla richiesta di esecuzione del grafico (linea 520).

Se DD è nullo si ha tangenza fra parabola e retta, salto alla subroutine 6000 per il calcolo del punto di tangenza (dove le coordinate vengono trasformate in frazione), e salto alla linea 520 per la esecuzione o meno del grafico.

Se le prime due ipotesi non sono verificate, allora DD è sicuramente positivo e in 440 DD viene trasformato nella radice quadrata di DD. Poi vengono calcolate le *ascisse* delle due intersezioni (N1 e N2) che vengono immediatamente trasformate in frazioni.

Infine (linee 460 e 470) sono calcolate le corrispondenti *ordinate* N3 ed N4, anch'esse sono trasformate in frazioni e sono stampati i risultati.

Alla fine le solite subroutine già note, con l'introduzione della 40000 per tracciare la parabola dopo il tracciamento della retta².

²Si sarebbe anche potuto usare soltanto la 30000 con un flag (= 0 per la retta e = 1 per la parabola) e con uno sdoppiamento della linea 30040.

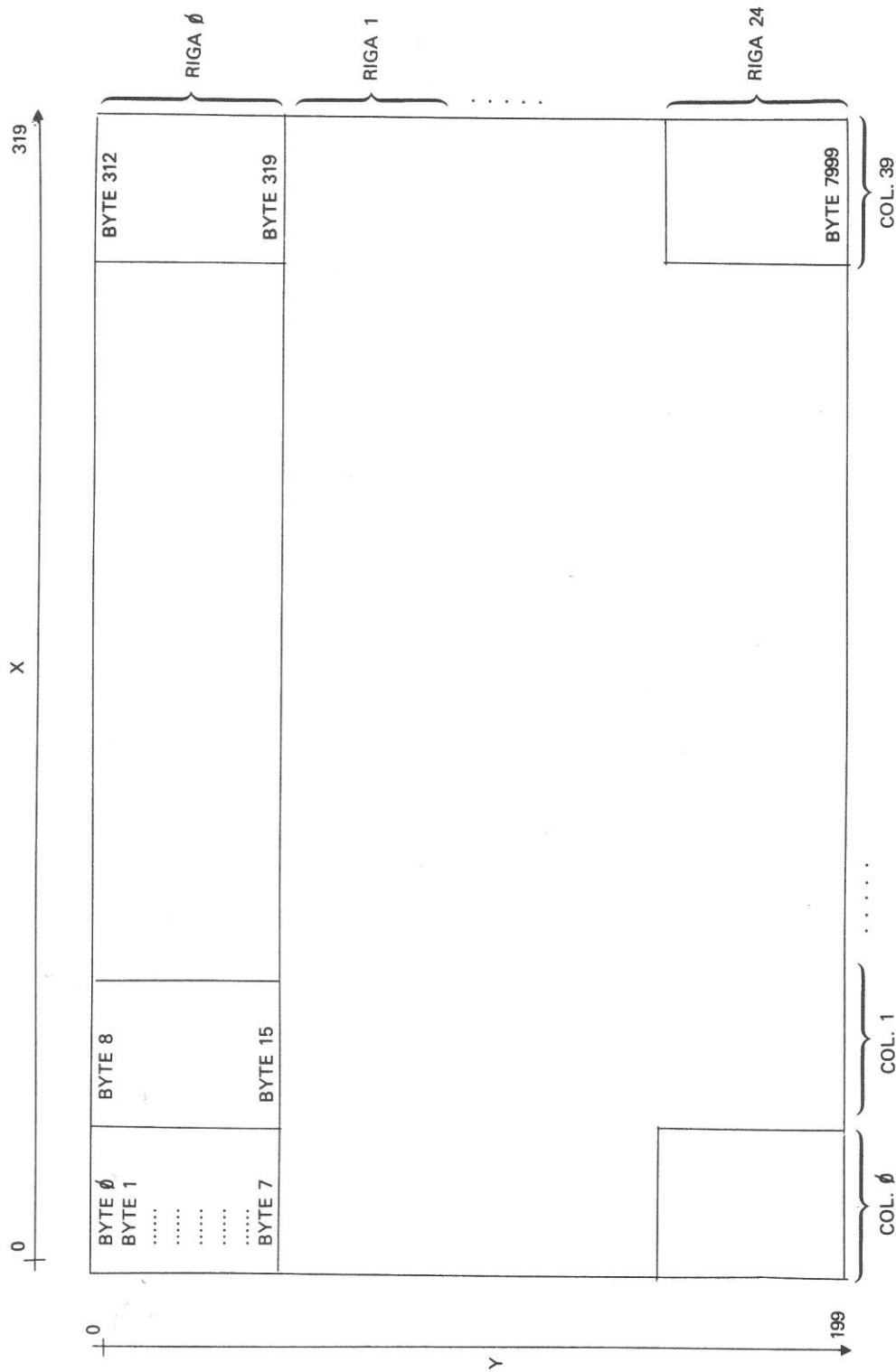
La grafica ad alta risoluzione

Ogni carattere che appare sullo schermo è costituito da una matrice di 8 per 8 puntini o pixel opportunamente accesi o spenti (cioè le stesse dimensioni del cursore lampeggiante).

Abbiamo già visto che in condizioni normali lo schermo può contenere al massimo 1000 caratteri: ciò significa che usando più razionalmente i pixel che costituiscono lo schermo, abbiamo la possibilità di tracciare grafici utilizzando $1000 \times 64 = 64000$ punti.

Dalla guida di riferimento della Commodore si può ricavare la seguente routine che permette di accedere alla grafica ad alta risoluzione, cioè alla possibilità di operare con tutti i 64000 punti precedenti. Provate a battere il seguente listato:

```
100 BA=1024*8:POKE53272,PEEK(53272)OR8
110 POKE53265,PEEK(53265)OR32
120 FORK=BAT0BA+7999:POKEK,0:NEXT
130 FORK=1024T02023:POKEK,3:NEXT
140 Y=100:FORX=50T0270
150 B=BA+320*INT(Y/8)+8*INT(X/8)+(YAND7)
160 POKEB,PEEK(B)OR2^(7-(XAND7))
170 NEXT
180 GETA$:IFA$=""THEN180
190 PRINT"□"
200 POKE53265,PEEK(53265)AND223
210 POKE53272,PEEK(53272)AND247
```



Figura

Dando il RUN al programma vedrete lo schermo pieno di segni indecifrabili, divenire tutto nero e poi colorarsi gradatamente in colore ciano. Successivamente verrà tracciato un segmento orizzontale al centro dello schermo, in alta risoluzione.

A causa della linea 180 il programma si ferma in attesa che venga premuto un tasto: poi viene pulito lo schermo e ristabilite le condizioni iniziali.

Cerchiamo di capire come è organizzata l'alta risoluzione nel Commodore 64.

Ogni pixel dello schermo corrisponde a un bit (= 1 se acceso, = 0 se spento), e perciò un byte conterrà le informazioni riguardanti 8 pixel. Le informazioni relative a tutti i 64000 pixel dello schermo saranno quindi memorizzabili in 8000 byte, secondo lo schema illustrato nella figura precedente.

L'alta risoluzione permette di operare in un rettangolo (di dimensioni 320×200) con l'origine nell'angolo superiore sinistro.

Tornando al listato, nella linea 100, viene indicata con BA la locazione di memoria a partire dalla quale verranno immagazzinati gli 8000 byte contenenti le informazioni sui 64000 pixel. La memoria dei caratteri da stampare sullo schermo viene quindi spostata alla locazione 8192. Le locazioni 1024 - 2023 accoglieranno invece le informazioni riguardanti il colore.

Nella linea 110 viene attivata l'alta risoluzione.

In 120 vengono azzerati tutti gli 8000 byte della nuova memoria dei caratteri, con una operazione analoga al CLEAR di schermo: infatti a questo punto vedremo lo schermo annerirsi gradualmente.

In 130 vengono invece colorate in ciano le 1000 locazioni che regolano il colore dello schermo. Se si desidera colorare lo schermo con colore differente, basta cambiare il secondo argomento della POKE.

Siamo ora in grado di operare con l'alta risoluzione.

Supponiamo di voler accendere un unico pixel con coordinate X, Y:

INT(Y/8)	serve per determinare a quale delle 25 righe appartiene il pixel;
INT(X/8)	per determinare a quale delle 40 colonne appartiene il pixel;
Y AND 7	per determinare a quale degli 8 byte (della matrice quadrata 8×8 bit) appartiene il pixel;
7 - (X AND 7)	per determinare a quale bit del byte appartiene il pixel.

Battendo le linee 150 e 160 si otterrà l'accensione del pixel desiderato. Nella routine precedente è stato inserito un ciclo FOR NEXT con Y fissa e X variabile, in modo da tracciare un segmento orizzontale.

Le ultime linee 200 e 210 ripristinano le condizioni iniziali riattivando la bassa risoluzione.

Dopo questa breve introduzione sulla grafica ad alta risoluzione, possiamo elaborare un programma completo in grado di tracciare grafici di funzioni con risultati nettamente superiori a quelli ottenibili con i listati precedenti.

```

100 REM COPYRIGHT IN BASIC
105 REM VIA SEZZE 22 LATINA
108 REM TEL. 487631
110 CLR:PRINT"Q"
120 FORK=0T01:POKE53280+K,3:NEXT:PRINT"Q"
130 W$="TTTTT"
140 F$="F$  "
150 G$="G$  "
160 R$="R$  "
170 A$="A$  "
180 I$="I$  "
190 C$="C$  "
200 O$="O$  "
210 U$="U$  "
220 N$="N$  "
230 Z$="Z$  "
240 DI$="DI$  "
250 PRINTTAB(4)G$W$R$W$A$W$F$W$I$W$C$W$O$
260 PRINTTAB(17)"Q"DI$
270 PRINTTAB(3)"Q"F$W$U$W$N$W$Z$W$I$W$O$W$N$W$I$
280 PRINT"Q(I PER ISTRUZIONI O UN TASTO QUALSIASI)"
290 GETQ$:IFQ$=""THEN290
300 IFQ$<>"I"THEN660
310 PRINT"QQUANDO TE LO CHIEDERO/BATTI LA FUNZIONE"
320 PRINT"TENENDO PRESENTE CHE L'INCOGNITA DEVE"
330 PRINT"ESSERE SEMPRE LA ":FORK=1T0200:NEXT
340 FORK=1T015:PRINT"Q"TAB(17)" ":FORJ=1T0200:NEXT
350 PRINT"Q"TAB(17)"X":FORJ=1T0200:NEXT:NEXT
360 PRINT"Q SE LA X E' UN ANGOLO , LA INTENDERO'"
370 PRINT"ESPRESSA IN":FORK=1T0200:NEXT
380 FORK=1T015:PRINT"Q"TAB(13)" ":FORJ=1T0200:NEXT
390 PRINT"Q"TAB(13)"RADIANTI":FORJ=1T0200:NEXT:NEXT:PRINT
400 FORK=1T040:PRINT"Q":NEXT:PRINT
410 PRINT"Q QUANDO AVRO' FINITO IL GRAFICO,PREMI"
420 PRINT"IL TASTO":PRINTTAB(12)"Q"R U N - S T O P"
430 PRINT"QNE DAI UN COLPETTO SECCO SUL TASTO"
440 PRINTTAB(13)"Q"R E S T O R E":PRINT
450 FORK=1T040:PRINT"Q":NEXT:PRINT
460 PRINTTAB(11)"Q(PREMI UN TASTO)"
470 GETQ$:IFQ$=""THEN470
480 PRINT"Q DOPO AVERMI DATO LA FUNZIONE,DOVRAI"
490 PRINT"FISSARE LE ASCISSE (MINIMA E MASSIMA)"
500 PRINT"ENTRO CUI VUOI VEDERE LA FUNZIONE."
510 PRINT"Q L'INTERVALLO SULLE ORDINATE E' AUTO-"
520 PRINT"MATICO:LE ESALTERO' O RIDURRO' IN MODO"
530 PRINT"DA OTTENERE SEMPRE IL MIGLIOR GRAFICO"
540 PRINT"POSSIBILE."
550 PRINT"Q PERO':FORK=1T05000:NEXT:PRINT
560 FORK=1T015:PRINT"Q"TAB(10)" ":FORJ=1T0200:NEXT
570 PRINT"Q"TAB(10)"ATTENZIONE !":FORJ=1T0200:NEXT:NEXT
580 PRINT"Q NELL'INTERVALLO CHE DEVO GRAFICARE"

```

```

590 PRINT"NON CI DEVONO ESSERE ASINTOTI VERTICALI"
600 PRINT"GLI ASSI CARTESIANI LI TRACCERO'"
610 PRINT"AUTOMATICAMENTE NELLA POSIZIONE GIUSTA."
620 PRINT"SE NON LI VEDRAI VORRA' DIRE CHE ESSI"
630 PRINT"NON RIENTRANO NEL CAMPO VISIBILE."
640 PRINTTAB(9)"(PREMI UN TASTO)"
650 GETQ$:IFQ$=""THEN650
660 PRINT"BATTE LA FUNZIONE : "
670 INPUT"Y = ";Y$
680 PRINT"DEFN(X)="Y$
690 PRINT"GOTO720"
700 POKE198,3:FORK=0T02:POKE631+K,13:NEXT
710 END
720 DEFFN(X)=X^2*SIN(X)
730 POKE198,0:DIMY(320)
740 PRINT"OK - ORA DIMMI LE ASCISSE MINIMA E"
750 PRINT"MASSIMA CHE VUOI VEDERE SULLO SCHERMO."
760 PRINTTAB(15)"MIN = ";:INPUTX1:X1=INT(X1)
770 PRINTTAB(15)"MAX = ";:INPUTX2:X2=INT(X2)
780 IFX2<X1THEN740
790 PRINTTAB(9)"UN ATTIMO DI PAZIENZA!"
800 DX=(X2-X1)/320
810 FORK=0T0319
820 X=X1+K*DX
830 Y(K)=FN(X)
840 IFY(K)>MATHENMA=Y(K)
850 IFY(K)<MITHENMI=Y(K)
860 NEXT
870 MA=INT(MA*10^3+.5)/10^3
880 MI=INT(MI*10^3+.5)/10^3
890 DY=(MA-MI)/200
900 PRINT" "
910 IFX1<0ANDX2>0THENAY=INT(320*X1/(X1-X2)+.5):GOTO930
920 FY=1
930 IFMA>0ANDMI<0THENAX=INT(200*MA/(MA-MI)+.5):GOTO950
940 FX=1
950 BA=1024*8:POKE53272,PEEK(53272)OR8
960 POKE53265,PEEK(53265)OR32
970 FORK=BA+7999:POKEK,0:NEXT
980 FORK=1024T02023:POKEK,3:NEXT
990 IFFX=1THEN1010
1000 FORX=0T0319:Y=AX:GOSUB1110:NEXT
1010 IFFY=1THEN1030
1020 X=AY:FORY=0T0199:GOSUB1110:NEXT
1030 FORX=0T0319
1040 Y=INT(Y(X)/DY+.5):IFY<-99ORY>99THEN1060
1050 GOSUB1090
1060 NEXT
1070 GETA$:IFA$=""THEN1070
1080 END
1090 REM ROUTINE DI STAMPA
1100 Y=100-Y
1110 B=BA+320*INT(Y/8)+8*INT(X/8)+(YAND7)
1120 POKEB,PEEK(B)OR2^(7-(XAND7))
1130 RETURN

```

Fino alla riga 290 viene visualizzata la scritta GRAFICO DI FUNZIONI e il programma si arresta in attesa che venga premuto il tasto I (nel caso in cui si desiderino le istruzioni), o un tasto qualsiasi per saltare diretta-

mente all'introduzione della funzione da presentare graficamente.

In 310 - 650 sono contenute le istruzioni che presentano la particolarità di far lampeggiare alcune parole per richiamare l'attenzione del lettore. Nella linea 670 si deve battere la funzione che viene successivamente memorizzata nella linea 720 con il metodo seguente.

In 680 viene cancellato e stampata la linea 720; in 690 viene stampata la scritta GOTO 720 e il cursore è riportato in HOME.

Nella linea 700 vengono forzati tre RETURN automatici che modificano la linea 720 facendo ripartire il programma da quel punto.

Nelle linee 740 - 780 sono richiesti i valori delle ascisse entro i quali dovrà essere visualizzata la funzione. In 800 viene calcolato l'incremento di ascissa corrispondente a due pixel adiacenti; nelle linee 810 - 880 vengono calcolate tutte le ordinate dei punti da visualizzare, e fra essi vengono determinati il valore più piccolo e quello più grande. In 890 è calcolato l'incremento di ordinata corrispondente a due pixel adiacenti. Con questo criterio il grafico verrà automaticamente dilatato o compresso in direzione verticale in maniera da visualizzarlo sempre nel miglior modo possibile.

Quindi lo schermo viene cancellato e nelle linee 910 - 940 sono istituiti due flag FX e FY per controllare la presenza o meno degli assi coordinati nel campo visibile.

Finalmente nelle linee 950 - 1080 si ha la routine per l'alta risoluzione, già vista nel listato precedente. La subroutine da 1090 alla fine esegue l'accensione di ogni singolo pixel.

Si noti che abbiamo eliminato quella parte della routine precedente che ripristina la bassa risoluzione, in quanto con il RESTORE essa viene riattivata automaticamente.

Matematica elementare

Occupiamoci ora di alcuni programmi di matematica elementare che possono essere utilizzati con profitto anche a livello didattico in una scuola secondaria inferiore.

MASSIMO COMUN DIVISORE E MINIMO COMUNE MULTIPLO

```
10 REM COPYRIGHT IN BASIC
12 REM VIA SEZZE 22 LATINA
14 REM TEL. 487631
16 CLR: PRINT"██"
18 POKE 53280,10:POKE 53281,3
30 DIMF1(50),F2(50),F3(50),F(50)
40 PRINTTAB(10)"██████MASSIMO COMUN DIVISORE██"
50 PRINTTAB(20)"██████"
60 PRINTTAB(10)"██████MINIMO COMUNE MULTIPLO██"
70 PRINT"████████":GOSUB10000
80 PRINT"QUESTO PROGRAMMA TI SPIEGA COSA SONO IL"
90 PRINT"M.C.D. O IL M.C.M. DI DUE O TRE NUMERI."
100 INPUT"VUOI TRATTARE 2 O 3 NUMERI"/R
110 IFR=3THENF=1
120 IFR=3THEN100
130 PRINT"VUOI CALCOLARNE IL M.C.D. O IL M.C.M.?"
140 INPUT"BATTEI 1 OPPURE 2"/R
150 IFR=2THEN140
160 IFR=2THENFF=1
170 INPUT"QUAL'E' IL PRIMO NUMERO";N1
180 INPUT"IL SECONDO";N2
190 IFF=1THENINPUT"IL TERZO";N3
200 IFFF=1THEN1000
```

```

205 REM-ROUTINE PER M.C.D.
210 M=N1:GOSUB11000
220 FORK=1TO T:F1(K)=F(K):F1=T:NEXTK:T=0
230 PRINT"IL 1° NUMERO "N1" HA "F1" DIVISORI:"PRINT
240 FORK=1TO F1:PRINTF1(K):NEXTK
250 M=N2:GOSUB11000
260 FORK=1TO T:F2(K)=F(K):F2=T:NEXTK:T=0
265 PRINT
270 PRINT"IL 2° NUMERO "N2" HA "F2" DIVISORI:"PRINT
280 FORK=1TO F2:PRINTF2(K):NEXTK
290 IFF=0THEN340
300 M=N3:GOSUB11000
310 FORK=1TO T:F3(K)=F(K):F3=T:NEXTK
315 PRINT
320 PRINT"IL 3° NUMERO "N3" NE HA "F3:"PRINT
330 FORK=1TO F3:PRINTF3(K):NEXTK
340 PRINT:FORK=1TO 40:PRINT" ":NEXTK
350 PRINT"SCRIVILI ORDINATAMENTE SU UN FOGLIO"
360 PRINT"COME LI VEDI SULLO SCHERMO E....."
370 GOSUB10000
380 PRINT"ALCUNI DIVISORI SONO COMUNI A TUTTE E"
390 PRINTF+2" LE LISTE."
400 PRINT"IL PIU' GRANDE DI ESSI E' IL MASSIMO"
410 PRINT"COMUN DIVISORE."
420 PRINT"I DIVISORI COMUNI SONO:"PRINT
450 REM-RICERCA DEL M.C.D.
460 IFF=1THENFORH=1TO F3
470 FORJ=1TO F2:FORK=1TO F1
480 IFF=0ANDF1(J)=F2(K)THENP=F1(J):PRINTF1(J);
490 IFF=1ANDF1(K)=F2(J)ANDF2(J)=F3(H)THENP=F1(K):PRINTF1(K);
500 NEXTK:NEXTJ
510 IFF=1THENNEXTH
520 PRINT:FORK=1TO 40:PRINT" ":NEXTK
530 PRINT"IL PIU' GRANDE FRA ESSI E'"
540 PRINTTAB(16)"P"
550 PRINT"CHE RAPPRESENTA APPUNTO IL M.C.D."
560 PRINT"CERCATO."
570 INPUT"VUOI PROVARE ANCORA":R$
580 IFLEFT$(R$,1)="S"THEN80
590 PRINT"OK - CIAO!"
600 END

1000 REM-ROUTINE PER M.C.M.
1010 PRINT"I PRIMI 50 MULTIPLI DEI "F+2" NUMERI"
1020 PRINT"SONO:"
1025 PRINT"COPIALI SU UN FOGLIO"
1030 D=N1:GOSUB12000
1040 PRINT"MULTIPLI DI "N1"="
1050 FORK=1TO 50:F1(K)=F(K):PRINTF1(K):NEXTK
1060 PRINT:GOSUB10000:D=N2:GOSUB12000
1070 PRINT"MULTIPLI DI "N2"="
1080 FORK=1TO 50:F2(K)=F(K):PRINTF2(K):NEXTK
1090 IFF=0THEN1130
1100 PRINT:GOSUB10000:D=N3:GOSUB12000
1110 PRINT"MULTIPLI DI "N3"="
1120 FORK=1TO 50:F3(K)=F(K):PRINTF3(K):NEXTK
1130 REM-CALCOLO MULTIPLI COMUNI
1140 PRINT:GOSUB10000:PRINT"NELLE "F+2" LISTE DI MULTIPLI CE NE"
1150 PRINT"SONO ALCUNI COMUNI."
1160 PRINT"IL PIU' PICCOLO DI ESSI E' IL MINIMO"
1170 PRINT"COMUNE MULTIPLO CERCATO:"
1175 PRINT"UN ATTIMO DI PAZIENZA!"
1180 IFF=1THENFORH=1TO 50

```



```

1190 FORJ=1TO50:FORK=1TO50
1200 IFF=0ANDF1(J)=F2(K)THENP=F1(J):GOTO1250
1210 IFF=1ANDF1(K)=F2(J)ANDF2(J)=F3(H)THENP=F1(K):GOTO1250
1230 NEXTK:NEXTJ
1240 NEXTH
1250 IFF=0THEN1400
1260 PRINT:FORK=1TO40:PRINT"■":NEXTK
1270 PRINTSPC(12)"M.C.M.="P"■"
1280 PRINT:FORK=1TO40:PRINT"■":NEXTK
1290 GOTO570
1400 PRINT"SPIACENTE! IL M.C.M. E' TROPPO GRANDE:"
1410 PRINT"PER TROVARLO DOVREI PRENDERE IN CONSI-"
1420 PRINT"DERAZIONE PIU' DEI 50 MULTIPLI PER"
1430 PRINT"CIASCUN NUMERO.":GOTO570
10000 PRINTTAB(12)"(PREMI UN TASTO)"
10010 GETA$:IFA$=""THEN10010
10020 RETURN
11000 REM-RICERCA DEI DIVISORI
11010 FORJ=MT01STEP-1
11020 D=M/J:DD=INT(D)
11030 IFD=DDTHEN T=T+1:F(T)=D
11040 NEXTJ:RETURN
12000 REM-RICERCA DEI MULTIPLI
12010 FORY=1TO50
12020 DD=D*Y:F(Y)=DD
12030 NEXTY:RETURN

```

Nella linea 30 vengono dimensionate 3 variabili con indice (una per ciascun numero che verrà preso in considerazione), più una quarta variabile con indice che servirà da variabile provvisoria di lavoro nelle subroutine 11000 e 12000.

In 110 e 160 vengono introdotti due flag (F e FF) per stabilire se i numeri da trattare sono due o tre, e se si deve calcolare il loro massimo comun divisore e il loro minimo comune multiplo.

Nelle linee 170-200 vengono richiesti i numeri da trattare: nelle linee immediatamente successive si ha il calcolo del massimo comun divisore mentre (se FF = 1) si ha un salto alla linea 1000 per il calcolo del minimo comune multiplo.

Per ciascuno dei numeri da trattare viene adottato per il massimo comun divisore il procedimento seguente: il numero viene posto uguale ad M, e nella subroutine 11000 esso viene diviso successivamente per tutti i numeri interi da M ad 1.

Ogni volta che il risultato della divisione è uguale alla propria parte intera, allora vuol dire che tale risultato è un *divisore* di M. In tal caso la sua esistenza viene memorizzata per mezzo del contatore $T = T + 1$, e il suo valore viene immagazzinato nella variabile (ausiliaria) con indice F(T).

Dopo il RETURN si ha il trasferimento dei divisori dalla variabile F(T)¹

¹F(T) o F(K) è la stessa cosa: se per esempio $T = 5$ e $K = 5$, in entrambi i casi verrà ripescato dalla memoria il valore corrispondente ad F(5).

alla variabile $F1(K)$ che memorizza perciò tutti i divisori del numero $N1$. Poi T viene trasformato in $F1$ e viene azzerata la T per il ciclo riguardante il numero successivo $N2$.

A questo punto (linea 230 e linea 240) possono essere stampati tutti gli $F1$ divisori ($F1(1)$, $F1(2)$, $F1(3)$,...) del numero $N1$.

Lo stesso avviene per i numeri $N2$ e (se devono essere trattati tre numeri) $N3$.

Dopo alcune righe di spiegazione si arriva in 450 dove si ha la ricerca dei divisori comuni e la determinazione del più grande di essi.

Dalla linea 460 alla 510 si hanno tre cicli FOR NEXT annidati uno dentro l'altro. Il più estremo di essi (variabile H) agisce solo nel caso che si debbano trattare tre numeri.

In 480 si effettuano i confronti fra i divisori (per individuare quelli comuni) nel caso che i numeri da trattare siano *due*, mentre in 490 si effettuano i confronti nel caso che i numeri siano *tre*.

In entrambi i casi ogni volta che si trova un divisore comune, esso viene posto uguale a P . Alla fine dei cicli automaticamente P corrisponderà all'*ultimo* divisore comune, cioè quello con valore più alto.

Passiamo ora alla linea 1000 per la ricerca del minimo comune multiplo. La subroutine 12000 determina i primi 50 multipli del numero D , immagazzinandoli nella solita variabile (ausiliaria) con indice $F(Y)$. Ogni numero da trattare viene posto uguale a D , inviato alla subroutine 12000, i multipli vengono poi trasferiti rispettivamente nelle $F1(K)$, $F2(K)$ ed $F3(K)$ e stampati.

Dopo la stampa di ciascuna lista di multipli, per consentire all'operatore di osservarli o di copiarli, si ricorre alla subroutine 10000 per fermare il programma.

Si tratta ora di individuare *il più piccolo* dei multipli comuni e nelle linee comprese fra la 1180 e la 1240 viene applicato lo stesso procedimento di confronti con tre cicli FOR NEXT uno dentro l'altro.

A differenza di prima, i confronti vengono interrotti con un GOTO 1250 non appena viene trovato il *primo* multiplo comune, cioè il più piccolo. Può però accadere che il minimo comune multiplo non venga trovato perché esso si trova *oltre* i 50 multipli presi in considerazione per ciascun numero.

In tal caso $P = 0$ e la linea 1250 fa effettuare un salto alla linea 1400 dove si spiega la situazione e si rinvia alla 570 per la richiesta o meno di continuare.

Mentre la ricerca del massimo comun divisore non presenta alcun problema di scorrimento, consiglio il lettore di usare la routine per la ricerca del minimo comune multiplo solo per *due numeri*, oppure per tre numeri piuttosto bassi.

Infatti, malgrado l'apprezzabile velocità operativa del Commodore 64 (come di qualunque home computer), quando vengono eseguiti i con-

fronti con tre cicli di 50 valori ciascuno, il calcolatore deve eseguire ben

$$50^3 = 125000$$

confronti, impiegando un tempo di poco più di un'ora!

Per esempio impiega circa 14 minuti per individuare il minimo comune multiplo fra i numeri 36, 25 e 90.

Ne impiega invece meno di due per determinare il minimo comune multiplo fra i numeri 5, 6 e 15. Dal punto di vista didattico questa limitazione può essere utile per mettere in luce la superiorità logica dell'uomo rispetto alla macchina, straordinariamente veloce ma ottusa.

SISTEMI DI NUMERAZIONE

Permettono di trasformare un qualsiasi numero *intero* decimale, binario o esadecimale in una qualsiasi delle altre due basi.

Per evitare all'operatore di premere continuamente il tasto RETURN, abbiamo preferito usare l'istruzione GET tutte le volte che era possibile.

Fa eccezione il caso in cui bisogna battere il numero da trasformare, perché esso può essere costituito da una quantità variabile di cifre, ed è dunque necessario ricorrere al solito INPUT.

```

10 REM COPYRIGHT IN BASIC
12 REM VIA SEZZE 22 LATINA
14 REM TEL. 487631
16 CLR:PRINT"CS"
18 POKE53280,10:POKE53281,3
25 DIMB(50),D(50),B$(50),D$(50)
30 PRINTTAB(8)"SISTEMI DI NUMERAZIONE"
40 PRINT"PUOI TRASFORMARE UN NUMERO INTERO DA"
50 PRINT"UNA BASE AD UN'ALTRA:"
60 PRINT"  1-DA DECIMALE A BINARIO"
70 PRINT"  2-DA BINARIO A DECIMALE"
80 PRINT"  3-DA DECIMALE AD ESADECIMALE"
90 PRINT"  4-DA ESADECIMALE A DECIMALE"
100 PRINT"  5-DA BINARIO AD ESADECIMALE"
110 PRINT"  6-DA ESADECIMALE A BINARIO"
120 PRINT"QUALE SCEGLI?"
130 GETA$:IFA$=""THEN130
140 A=VAL(A$):IFA>6THEN10
150 ONAGOTO1000,2000,3000,4000,5000,6000
160 GOTO10
200 REM-RICHIESTA DI CONTINUAZIONE
210 PRINT"UN ALTRO NUMERO?"
220 GETR$:IFR$=""THEN220
230 IFR$="S"THEN10
240 PRINT"OK - CIAO!"
250 END
1000 REM-TRASF. DECIMALE-BINARIO
1010 INPUT"BATTE IL NUMERO DECIMALE":N
1020 GOSUB10000

```

```

1030 PRINT"IL CORRISPONDENTE NUMERO BINARIO E' : "
1040 PRINTTAB(5)"N"B$
1050 GOTO200
2000 REM-TRASF.BINARIO DECIMALE
2010 INPUT"CBATTI IL NUM.BINARIO";N$
2020 GOSUB11000
2030 PRINT"IL CORRISPONDENTE NUMERO DECIMALE E' : "
2040 PRINTTAB(5)"N"N
2050 GOTO200
3000 REM-TRASF.DECIMALE-ESADECIMALE
3010 INPUT"CBATTI IL NUMERO DECIMALE";N
3020 GOSUB10000
3030 N$=B$:GOSUB15000
3040 PRINT"IL CORRISP. NUMERO ESADECIMALE E' : "
3050 PRINTTAB(5)"N"EE$
3060 GOTO200
4000 REM-TRASF.ESADECIMALE-DECIMALE
4010 INPUT"CBATTI IL NUM.ESADECIMALE";R$
4020 GOSUB16000
4030 N$=W$:GOSUB11000
4040 PRINT"IL CORRISP.NUMERO DECIMALE E' : "
4050 PRINTTAB(5)"N"N
4060 GOTO200
5000 REM-TRASF.BINARIO-ESADECIMALE
5010 INPUT"CBATTI IL NUMERO BINARIO";N$
5020 GOSUB15000
5030 PRINT"IL CORRISP. NUMERO ESADECIMALE E' : "
5040 PRINTTAB(5)"N"EE$
5050 GOTO200
6000 REM-TRASF.ESADECIMALE-BINARIO
6010 INPUT"CBATTI IL NUMERO ESADECIMALE";R$
6020 GOSUB16000
6030 PRINT"IL CORRISPONDENTE NUMERO BINARIO E' : "
6040 PRINTTAB(5)"N"W$
6050 GOTO200
10000 REM-TRASF.DECIMALE-BINARIO
10010 K=0:IFN=1THENB$="1":RETURN
10020 N=N/2
10030 K=K+1
10040 IFN=INT(N)THENB(K)=0:GOTO10060
10050 B(K)=1
10060 N=INT(N)
10070 IFN=1THEN10090
10080 GOTO10020
10090 FORJ=KT01STEP-1:B$(J)=STR$(B(J)):B$(J)=RIGHT$(B$(J),1)
10100 B$=B$+B$(J):NEXTJ
10110 B$="1"+B$
10120 RETURN
11000 REM-TRASF.BINARIO-DECIMALE
11010 L=LEN(N$)
11020 FORK=1TOL
11030 B(K)=2↑(L-K)
11040 D$(K)=MID$(N$,K,1)
11045 IFVAL(D$(K))>1THENPRINT"ERRORE!!":GOTO200
11050 D(K)=VAL(D$(K))
11060 C=B(K)*D(K)
11070 N=N+C
11080 NEXTK
11090 RETURN
15000 REM-TRASF.BINARIO-ESADECIMALE
15010 L=LEN(N$)
15011 L1=L/4:L2=INT(L1):LL=L1-L2

```

```

15012 IFLL=0THENLL=4:L2=L2-1
15014 IFLL=.25THENLL=1
15016 IFLL=.5THENLL=2
15018 IFLL=.75THENLL=3
15020 N$="000"+N$
15030 FORK=0TOL2
15040 B$=MID$(N$,LL+4*K,4)
15050 IFB$="0000"THENE$="0":GOTO15210
15060 IFB$="0001"THENE$="1":GOTO15210
15070 IFB$="0010"THENE$="2":GOTO15210
15080 IFB$="0011"THENE$="3":GOTO15210
15090 IFB$="0100"THENE$="4":GOTO15210
15100 IFB$="0101"THENE$="5":GOTO15210
15110 IFB$="0110"THENE$="6":GOTO15210
15120 IFB$="0111"THENE$="7":GOTO15210
15130 IFB$="1000"THENE$="8":GOTO15210
15140 IFB$="1001"THENE$="9":GOTO15210
15150 IFB$="1010"THENE$="A":GOTO15210
15160 IFB$="1011"THENE$="B":GOTO15210
15170 IFB$="1100"THENE$="C":GOTO15210
15180 IFB$="1101"THENE$="D":GOTO15210
15190 IFB$="1110"THENE$="E":GOTO15210
15200 IFB$="1111"THENE$="F":GOTO15210
15205 PRINT"ERRORE!!":GOTO200
15210 EE$=EE$+E$
15220 NEXTK
15230 RETURN
16000 REM-TRASF.ESADECIMALE-BINARIO
16010 L=LEN(R$)
16020 FORK=1TOL
16030 P$=MID$(R$,K,1)
16040 IFP$="0"THENQ$="0000":GOTO16200
16050 IFP$="1"THENQ$="0001":GOTO16200
16060 IFP$="2"THENQ$="0010":GOTO16200
16070 IFP$="3"THENQ$="0011":GOTO16200
16080 IFP$="4"THENQ$="0100":GOTO16200
16090 IFP$="5"THENQ$="0101":GOTO16200
16100 IFP$="6"THENQ$="0110":GOTO16200
16110 IFP$="7"THENQ$="0111":GOTO16200
16120 IFP$="8"THENQ$="1000":GOTO16200
16130 IFP$="9"THENQ$="1001":GOTO16200
16140 IFP$="A"THENQ$="1010":GOTO16200
16150 IFP$="B"THENQ$="1011":GOTO16200
16160 IFP$="C"THENQ$="1100":GOTO16200
16170 IFP$="D"THENQ$="1101":GOTO16200
16180 IFP$="E"THENQ$="1110":GOTO16200
16190 IFP$="F"THENQ$="1111":GOTO16200
16195 PRINT"ERRORE!!":GOTO200
16200 W$=W$+Q$
16210 NEXTK
16220 RETURN

```

In 25 vengono dimensionate con una certa larghezza quattro variabili (due numeriche e due di stringa), poi viene stampato un quadro in cui viene assegnato un numero a ciascuna delle sei trasformazioni che è possibile richiedere operando sulle tre basi di numerazione, e viene posta la domanda sull'opzione desiderata.

La linea 130 costituisce un ciclo che il Commodore 64 percorre continuamente (dando l'impressione che il programma si fermi), fino a quando non viene premuto un tasto.

In 140 la stringa A\$ viene trasformata in variabile numerica e se il suo valore supera il numero di opzioni possibili si ha un salto in 10 e il programma ricomincia da capo.¹

Se ciò non avviene, a seconda del valore di A si ha un salto alle linee 1000, 2000 etc.

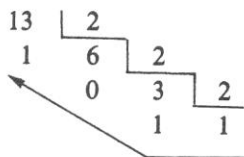
Esaminiamo anzitutto le subroutine di trasformazione situate dopo la linea 10000.

In 10000 si entra dopo aver battuto il *numero decimale N*.

Se $N = 1$, viene posto $B\$ = 1$ (B è il numero binario che la subroutine deve elaborare), e si ha il RETURN.

In caso contrario viene applicato l'algoritmo classico usato per trasformare in binario un numero decimale: quello della divisione successiva per 2.

Se per esempio il numero decimale da trasformare è $N = 13$, si avrà



Tutti i resti (presi al contrario come indicato dalla freccia), preceduti dalla cifra 1, costituiscono il numero binario cercato.

Nel nostro caso si avrà $B\$ = 1101$. Vediamo ora come questo procedimento è stato tradotto in istruzioni Basic.

Non si può usare un ciclo FOR NEXT perché non si conosce la lunghezza del numero decimale N.²

Il numero N viene diviso per 2 e il contatore K registrerà via via il numero di divisioni effettuate.

Poi (linea 10040) vengono confrontati fra loro il risultato della divisione e la propria parte intera: se sono uguali vuol dire che il resto della divisione è nullo, viene memorizzata la cifra 0 in B(K), e si ha un salto in 10060. In caso contrario c'è resto uno, e viene memorizzata la cifra 1 in B(K).

Poi viene presa in considerazione solo la parte intera di N (cioè il risulta-

¹Si noti che a causa del CLR si evita l'errore di ridimensionamento delle variabili con indice.

²Si potrebbe però trasformare `N` in stringa, ma ho preferito seguire l'altra via perché così se il numero `N` contiene un carattere non numerico, esso automaticamente non viene accettato.

to della divisione) e, se $N = 1$ si ha un salto in 10090 e le divisioni sono terminate.

Se invece N è maggiore di uno, si torna indietro in 10020 e si ripete il ciclo.

Quando arriviamo in 10090 le divisioni sono terminate e i K valori

$$B(1) \quad B(2) \quad B(3) \quad \dots \quad B(K)$$

raccogliono ordinatamente i resti (0 o 1) di ciascuna divisione nell'ordine con cui sono state eseguite.

Con un ciclo FOR NEXT che va da K ad 1 questi resti vengono trasformati in stringa, uno alla volta, e l'istruzione

$$B\$(J) = \text{RIGHT}\$(B\$(J),1)$$

è necessaria per fare in modo che ogni stringa sia costituita da *un solo carattere*.¹

Viene contemporaneamente formata una stringa finale ($B\$(J)$) che contiene tutti questi resti uno dopo l'altro, ma *con ordine invertito*.

Nella linea 10110 si ha infine l'aggiunta iniziale della cifra 1 alla stringa precedente. Dopo il RETURN $B\$(J)$ è il numero binario che doveva essere calcolato.

Passiamo ora alla subroutine 11000 che trasforma un numero binario in decimale. Anche qui ho usato l'algoritmo classico che consiste nel far corrispondere a ogni cifra binaria una potenza di 2, nel moltiplicare poi ogni cifra per la potenza corrispondente, e nell'eseguire infine la somma dei prodotti così ottenuti.

Per esempio si abbia il numero binario:

numero binario

iniziale 1 1 0 1 0 1

potenze

corrispondenti $2^5 = 32$ $2^4 = 16$ $2^3 = 8$ $2^2 = 4$ $2^1 = 2$ $2^0 = 1$

Il numero decimale è

$$1 \cdot 32 + 1 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 53$$

Applichiamo il metodo alla subroutine 11000: anzitutto viene individua-

¹Infatti trasformando un numero in stringa esso risulta preceduto da uno spazio (per l'eventuale segno meno), e questo costituirebbe un impedimento per l'uso della subroutine nella trasformazione di un numero decimale in esadecimale, come si vedrà in seguito.

ta la lunghezza L del numero binario $N\$$ battuto in precedenza.

Poi in un ciclo FOR NEXT viene generata la potenza di 2 corrispondente a ciascuna cifra (linea 11030), ed essa è memorizzata nella variabile $B(K)$.

Si noti che l'esponente di 2 è $L-K$ per cui le potenze hanno esponente *decrecente* da $L-1$ a 0.

Nella linea 11040 vengono invece memorizzate ordinatamente in $D\$ (K)$ tutte le cifre del numero binario $N\$$, una alla volta.

In 11045 vengono rilevati eventuali errori: se la cifra è maggiore di 1, il calcolo si interrompe e si salta alla linea 200 per la richiesta di proseguimento.

Quindi la cifra viene comunque trasformata in variabile numerica, e in 11060 la potenza di 2 e la cifra corrispondente (0 o 1) sono moltiplicate fra loro ed il prodotto è indicato con la variabile C .

Ignoriamo per un attimo la linea 11070: arrivati al NEXT si ricomincia il ciclo e viene calcolato il prodotto C della seconda potenza con la seconda cifra. E così via per tutte le cifre del numero binario.

Ad ogni passaggio per la linea 11070 la variabile N somma, al precedente valore di N , l'ultimo prodotto C calcolato.

Quindi alla fine del ciclo FOR NEXT in N sarà memorizzato il *numero decimale* corrispondente al numero binario $N\$$ iniziale.

Passiamo ora alla subroutine 15000 dove $N\$$ rappresenta il numero binario iniziale che però deve essere trasformato in esadecimale.

Le cifre esadecimali, come è noto, sono

0123456789ABCDEF

corrispondenti ai valori decimali da 0 a 15.

Ciascuna di esse corrisponde ad un numero binario secondo la seguente tabella

cifre esadecimali	corrispondente numero binario
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Cioè ogni combinazione possibile di quattro cifre binarie corrisponde sempre a una e una sola cifra esadecimale.

Ora consideriamo un generico numero binario

1011001000

e lo dividiamo in gruppi di quattro cifre a partire da destra

10-1100-1000

e completiamo (quando è necessario) il primo gruppo a sinistra con degli zeri iniziali in modo che anch'esso sia formato da quattro cifre

0010-1100-1000

Allora, sostituendo a ogni gruppo la cifra esadecimale ad esso corrispondente in base alla tabella precedente, si ottiene

2C8

che è il numero esadecimale corrispondente a quello binario.

Ebbene, nella linea 15010 viene indicata con L la lunghezza del numero binario N\$, poi esso viene diviso per quattro e il risultato viene chiamato L1, mentre la sua parte intera viene chiamata L2.

La differenza fra L1 ed L2 può essere

0
oppure .25
oppure . 5
oppure .75

ed essa viene indicata con LL.

Ora possiamo dividere il numero binario in gruppi di quattro cifre, ed L2 rappresenta il numero di gruppi completi, mentre LL (grazie alla trasformazione imposta nelle linee 15012-15018) rappresenta il numero di cifre del primo gruppo a sinistra.¹

In 15020 vengono aggiunti tre zeri iniziali ad N\$ allo scopo di poter completare in ogni caso il primo gruppo quando esso non è completo. Finalmente da 15030 a 15220, con un ciclo FOR NEXT vengono presi in considerazione tutti i gruppi di quattro cifre, uno alla volta, e trasformati nella corrispondente cifra esadecimale.

Se un gruppo contiene altri caratteri che non siano 0 o 1, si arriva in 15205 dove si ha la segnalazione di errore.

In caso contrario le cifre esadecimali E\$ vengono sommate una all'altra in modo da costruire alla fine l'intero numero esadecimale EE\$ (linea 15210).

Rimane da esaminare la subroutine 16000.

Dopo aver calcolato la lunghezza L del numero esadecimale R\$, con un ciclo FOR NEXT vengono poste uguale a P\$ tutte le sue cifre una dopo l'altra a partire dalla sinistra.

Con un procedimento di trasformazione contrario al precedente ciascuna di esse è sostituita da gruppi di quattro cifre binarie, che sono poi sommate ordinatamente fino a costituire il numero binario W\$ che doveva essere determinato.

Anche qui (linea 16195) c'è la segnalazione di errore nel caso che al posto della cifra esadecimale ci sia un carattere illegale.

Dopo questa lunga parentesi sulle subroutine possiamo tornare ad esaminare le routine 1000, 2000, 5000, 6000, 3000 e 4000.

Per le prime quattro, dopo aver battuto il numero da trasformare si ha un salto alla subroutine relativa, la stampa del risultato e l'invio alla linea 200 per la richiesta di procedimento (con il solito procedimento del comando GET).

Per le ultime due invece si ricorre successivamente a due subroutine.

Così nella 3000 il numero decimale viene prima trasformato in binario e poi da binario in esadecimale.

¹Nel caso in cui la differenza $L1-L2 = 0$, dovrebbe essere $LL = 0$, ma ciò provocherebbe una segnalazione di errore in 15040 quando anche $K = 0$. Ho superato l'ostacolo ponendo $LL = 4$ diminuendo di 1 il numero L2 di gruppi completi.

Per inciso è proprio per quest'ultima trasformazione che le cifre del numero binario sono state private in precedenza (ultima istruzione della linea 10090) dello spazio vuoto iniziale.

Analogamente nella 4000 il numero esadecimale viene prima trasformato in binario e poi da binario in decimale.

Il programma precedente risulta abbastanza prolisso perché costituisce una mera trasposizione degli algoritmi normalmente usati quando si deve operare manualmente un cambiamento di base.

Spesso è invece più conveniente adoperare algoritmi completamente differenti, che risultano più adatti alla logica di un calcolatore.

Vediamo come sia possibile ideare una routine per le trasformazioni di base, molto più rapida, concisa ed efficiente della precedente.

Dall'algebra è noto che una frazione N/D può essere sempre scritta nella forma

$$N/D = Q + R/D$$

dove N e D rappresentano il numeratore e il denominatore di una frazione o, ciò che è lo stesso, il rapporto tra due numeri. Q è il quoziente e R il resto. In altre parole ciò equivale a dire, per esempio, che

$$7/2 = 3 + 1/2$$

Moltiplichiamo i due membri della prima uguaglianza per D e risolviamo rispetto a R . Si ottiene

$$R = N - Q \times D$$

Ora osserviamo il listato seguente:

```

10 REM TRASFORMAZIONE DECIM./ESADECIM.
20 CLR:PRINT"3"
30 N$="0123456789ABCDEF"
40 INPUT"NUMERO DECIMALE";D
50 A=INT(D/16)
60 H$=MID$(N$,D+1-16*A,1)+H$
70 D=A
80 IFD>0THEN50
90 PRINTH$
100 PRINT"ANCORA ?"
110 GETQ$:IFQ$=""THEN110
120 IFQ$="S"THEN30

```

Nella linea 30 vengono definite in una stringa le 16 cifre della numerazione esadecimale, e in 40 viene richiesto il numero decimale D da trasformare.

Il numero viene diviso per 16 e nella variabile viene immagazzinata la parte intera della divisione (corrispondente alla lettera N dell'uguaglianza prima ricavata, mentre il divisore D corrisponde ora al numero 16). Nella linea 60 viene estratta da $N\$$, con il $MID\$$, la cifra opportuna utilizzando la suddetta uguaglianza.

In 70 e 80 viene continuato il ciclo di divisioni successive, dopo aver scambiato D con A , fino a quando la variabile A diviene nulla.

In 60 ogni cifra $H\$$ ricavata viene accumulata prima di quelle calcolate in precedenza.

Alla fine si avrà in 90 la stampa di tutto il numero esadecimale $H\$$.

Si noti che cambiando i due numeri 16 nelle linee 50 e 60 si può utilizzare questa stessa routine anche per trasformare un numero decimale in un'altra base qualsiasi.

AREA E PERIMETRO DEI POLIGONI

Pensiamo anche ai più piccoli (molti lettori avranno figli o nipoti che frequentano le scuole medie) con un programmino sonoro che non mancherà di stupirli.

Il programma permette di calcolare rapidamente area e perimetro di un

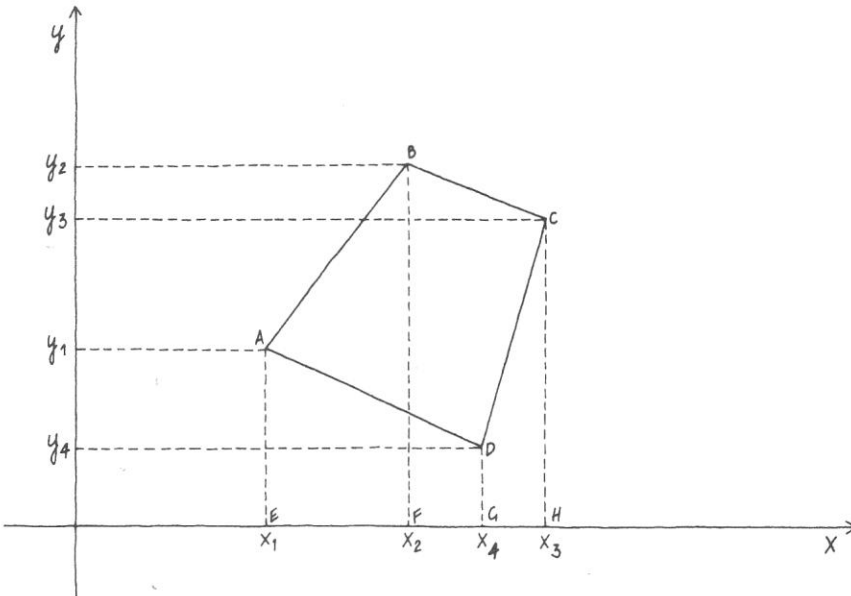


Figura 8

qualsiasi poligono (purché non intrecciato), con un qualsiasi numero di lati.

Basta fornire al Commodore 64 le coordinate di tutti i suoi vertici.

Prima di affrontare il listato analizziamo l'algoritmo usato per il calcolo dell'area.

Consideriamo per esempio un quadrilatero generico ABCD (figura 8), del quale conosciamo tutte le coordinate dopo aver fissato arbitrariamente un sistema cartesiano di riferimento.

Risultano determinati quattro trapezi rettangoli

ABFE, BCHF, DCHG, ADGE

la cui area, come è noto, è data dalla semisomma delle basi per l'altezza.

L'area del quadrilatero può essere ottenuta per mezzo della somma algebrica

$$S = S_{ABFE} + S_{BCHF} - S_{DCHG} - S_{ADGE}$$

E facendo i calcoli, si ottiene

$$S = \frac{y_1 + y_2}{2} (x_2 - x_1) + \frac{y_2 + y_3}{2} (x_3 - x_2) - \frac{y_3 + y_4}{2} (x_3 - x_4) + \frac{y_4 + y_1}{2} (x_4 - x_1)$$

Cioè

$$S = \frac{(y_1 + y_2)(x_2 - x_1) + (y_2 + y_3)(x_3 - x_2) - (y_3 + y_4)(x_3 - x_4) - (y_4 + y_1)(x_4 - x_1)}{2}$$

tutti i termini in cui x ed y hanno indici uguali, si elidono fra loro e risulta

$$S = \frac{x_2 y_1 + x_3 y_2 + x_4 y_3 + x_1 y_4 - x_1 y_2 - x_2 y_3 - x_3 y_4 - x_4 y_1}{2}$$

che può anche essere scritta

$$S = \frac{(x_2 y_1 + x_3 y_2 + x_4 y_3) - (x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_4) + x_1 y_4 - x_4 y_1}{2}$$

Si può facilmente dimostrare che generalizzando si ottiene (per un poligono di n lati)

$$S = \frac{\sum_{k=2}^n (x_k + y_{k-1}) - \sum_{k=2}^n (x_{k-1} + y_k) + x_1 y_n - x_n y_1}{2}$$

formula scarsamente utile per calcoli "a mano", ma molto adatta per un computer.

I quattro termini a numeratore possono essere indicati con

$$a_1 = \sum_{k=2}^n (x_k + y_{k-1})$$

$$a_2 = \sum_{k=2}^n (x_{k-1} + y_k)$$

$$a_3 = x_1 y_n$$

$$a_4 = x_n y_1$$

e quindi l'area è data da

$$S = \frac{a_1 - a_2 + a_3 - a_4}{2}$$

Si noti che scambiando le x con le y si ottiene lo stesso risultato ma con segno negativo.

Un tale scambio si verifica se consideriamo i vertici del poligono ruotando in verso contrario. Ora possiamo passare all'analisi del listato.

```

10 REM COPYRIGHT IN BASIC
20 REM VIA SEZZE 22 LATINA
30 REM TEL. 487631
40 CLR:PRINT"X":S=54272
50 POKE53280,10:POKE53281,3
60 A$="AREA E PERIMETRO DEI POLIGONI:"
70 FORK=1TO32
80 PRINT"X0000"SPC(5)MID$(A$,1,K)
90 GOSUB1000
100 NEXTK
110 PRINT"X" DISEGNA SU UN FOGLIO UN POLIGONO"
120 PRINT"XQUALSIASI (CONCAVO O CONVESSO, PURCHE'"
130 PRINT"NON INTRECCIATO),POI TRACCIA UN SISTEMA"
140 PRINT"DI ASSI CARTESIANI (ARBITRARIO),E BATTI"
150 PRINT"LE COORDINATE DEI VERTICI,ORDINATAMENTE"
160 PRINT"UNA DOPO L'ALTRA."
170 PRINT"X PER FINIRE RIBATTI LE COORDINATE DEL"
180 PRINT"PRIMO VERTICE.":GOSUB2000
200 REM INGRESSO COORDINATE
265 DIMX(100),Y(100)
270 T=T+1:IFF=0THEN310
280 PRINT"XRICORDA!! PER CHIUDERE IL POLIGONO DEVI"
290 PRINT"BATTERE :":PRINTSPC(5)"X ="X0:SPC(20)"Y ="Y0
300 GOSUB4000
310 PRINT"XCOORDINATE DEL" T " PUNTO:"

```

Nel senso di scambiare *gli indici* delle due variabili.

```

320 INPUT "X(K) = "; X(T): GOSUB 3000
330 INPUT "Y(K) = "; Y(T): GOSUB 3000
340 IF T=1 THEN X0=X(1): Y0=Y(1): F=1
350 REM CONTROLLO CHIUSURA POLIGONO
360 IF T>1 AND X(T)=X0 AND Y(T)=Y0 THEN 500
370 GOTO 270
500 REM CALCOLO AREA
510 FOR K=2 TO T-1
520 A1=A1+X(K-1)*Y(K)
530 A2=A2+Y(K-1)*X(K)
540 NEXT K
550 A3=X(T-1)*Y0
560 A4=Y(T-1)*X0
570 A=ABS((A1-A2+A3-A4)/2)
600 PRINT "AREA DEL POLIGONO E' : "
610 PRINT SP$(13) "A = " A
620 PRINT: GOSUB 4000
640 REM CALCOLO PERIMETRO
650 FOR K=1 TO T-1
660 X1=(X(K+1)-X(K))*12
670 Y1=(Y(K+1)-Y(K))*12
680 L=SQR(X1+Y1)
690 PP=PP+L
700 NEXT K
710 PRINT "IL SUO PERIMETRO E' : "
715 PP=INT(PP*100+.5)/100
720 PRINT SP$(13) "P = " PP
730 PRINT: GOSUB 4000
740 PRINT "VUOI PROVARE ANCORA ?"
750 GET Q$: IF Q$="" THEN 750
760 IF Q$="S" THEN RUN
810 PRINT "CIAO !!!"
900 END

1000 REM SCALA INIZIALE
1010 POKES+24,15
1020 POKES+5,9
1030 POKES+4,33
1040 READ A: READ B
1050 IF B=-1 THEN RESTORE: GOTO 1040
1060 POKES+1,A: POKES,B
1065 FOR J=1 TO 100: NEXT J
1070 POKES+4,32: RETURN
1080 DATA 17,37,19,63,21,154,22,227
1090 DATA 25,177,28,214,32,94,34,175
1100 DATA -1,-1
2000 REM ATTESA
2010 PRINT SP$(12) " (PREMI UN TASTO) "
2020 GET Q$: IF Q$="" THEN 2020
2030 PRINT " ": RETURN
3000 REM BEEP
3010 POKES+24,15: POKES+23,0
3020 POKES+5,25: POKES+6,68
3030 POKES+1,69: POKES,99
3040 POKES+4,33
3050 FOR J=1 TO 100: NEXT J
3060 POKES+4,0: POKES+5,0
3070 POKES+6,0: RETURN
4000 REM BARRA ORIZZONTALE
4010 PRINT "█": FOR K=1 TO 40: PRINT "█": NEXT K: PRINT "█"
4020 RETURN

```

Dando il RUN al programma vedrete comparire il titolo, ma una lettera alla volta, mentre vengono eseguite delle scale musicali.

Dopo una breve spiegazione si devono battere le coordinate dei vertici del poligono, e per ciascuna di esse viene emesso un beep sonoro.

Non appena il poligono è chiuso (quando sono ribattute le coordinate del primo vertice), si ha il calcolo dell'area e del perimetro. Infine si ha la richiesta di procedere o no per un secondo calcolo e, in caso negativo, viene visualizzata la solita stringa finale OK-CIAO.

Essendo questo il primo programma contenente delle routines sonore, analizziamo brevemente i criteri che le regolano.

Nella linea 40 viene memorizzato nella variabile 54272: occupiamoci prima della subroutine 3000.

Nella linea 3010 con la prima POKE viene regolato al massimo il volume sonoro, mentre con la seconda POKE si effettua il reset dei controlli di filtro e di voce.

In 3020 si fissano i parametri (ATTACK - DECAY - SUSTAIN - RELEASE) che costituiscono le caratteristiche dell'onda sonora.

Nella linea 3030 vengono stabilite le frequenze massima e minima (in altre parole la nota) che dovranno essere emesse.

In 3040 viene invece fissata come forma d'onda quella a dente di sega.

In 3050 è introdotto un ciclo di ritardo che costituisce la durata temporale della nota. Infine il suono viene azzerato e si ha il RETURN.

Nella subroutine 1000 è invece generata la scala musicale che accompagna il titolo: il procedimento di generazione del suono è analogo al precedente, con l'unica differenza che i due valori di frequenza (A = alta, B = bassa) vengono letti ogni volta dai DATA e dopo la lettura dell'ultima coppia di valori (-1, -1) si ha in 1050 un RESTORE e quindi una riletture dei DATA dall'inizio. Ciò permette di eseguire più volte la stessa scala musicale.

Torniamo ora al programma con alcuni rapidi commenti.

In 265 vengono dimensionate le variabili con indice X ed Y e possono essere trattati poligoni con un massimo di 100 vertici.

Quindi, dopo aver definito A\$, in un ciclo FOR NEXT sono prese in considerazione successivamente le prime K battute di A\$, viene emessa una nota per mezzo della subroutine 1000, e viene cancellato lo schermo.

Il calcolo dell'area è ottenuto col procedimento già visto, mentre quello del perimetro si ottiene semplicemente calcolando per ciascuna coppia di vertici consecutivi la lunghezza del lato con la formula della distanza fra due punti. Il flag F serve per evitare di stampare le coordinate del primo punto (linee 280-300) prima che esse vengano battute (sic!).

Infatti ho ritenuto necessario ricordare all'operatore quali sono le coordinate iniziali, perché mi accadeva spesso di dimenticarle e di non riuscire quindi a chiudere il poligono.

Ancora matematica

Proseguiamo la trattazione di programmi su argomenti matematici con la

SOLUZIONE DELLE EQUAZIONI ALGEBRICHE

Permette di individuare le soluzioni *reali* (se ce ne sono) di una qualunque equazione algebrica razionale intera.

Cioè di tutte quelle equazioni che possono essere poste sotto la forma di un polinomio uguagliato a zero

$$f(x) = 0$$

L'algoritmo che useremo rappresenta una variante semplificata del metodo di Newton (o delle tangenti), in cui le soluzioni vengono ottenute attraverso un processo di approssimazioni successive (iterazioni).

Consideriamo una generica funzione algebrica razionale intera

$$y = f(x)$$

Le sue (eventuali) intersezioni con l'asse x rappresentano le *radici reali* dell'equazione

$$f(x) = 0$$

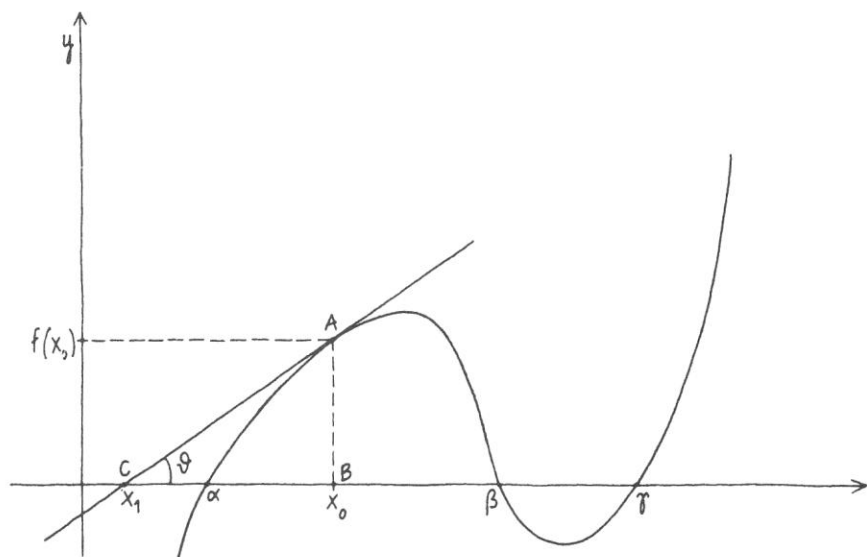


Figura 9

Nella curva rappresentata nella figura 8 tali radici sono

$$\begin{aligned} x &= \alpha \\ x &= \beta \\ x &= \gamma \end{aligned}$$

Fissiamo a piacere un valore x_0 : ad esso corrisponde il punto a della curva con coordinate

$$A = (x_0; f(x_0))$$

La retta tangente alla curva nel punto A ha coefficiente angolare

$$m = f'(x_0)$$

corrispondente anche alla tangente trigonometrica all'angolo ϑ .

Osservando il triangolo rettangolo ABC si ha inoltre che

$$m = \operatorname{tg} \vartheta = \frac{AB}{CB}$$

e quindi si può scrivere che

$$f'(x_0) = \frac{AB}{CB}$$

Consideriamo ora il rapporto

$$\frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

Si ha, per quanto detto,

$$\frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = \frac{AB}{\frac{AB}{CB}} = CB$$

quindi effettuando la differenza fra x_0 e tale rapporto, si ottiene x_1 , (ascissa del punto C)

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

Ripetiamo il procedimento prendendo il valore x_1 come nuovo valore di partenza, e calcoliamo

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

e così via fino ad ottenere una successione di valori

$$x_4 \ x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \dots$$

Tale successione converge rapidamente verso una delle soluzioni (nel caso considerato, verso la soluzione α).

Il procedimento cade in difetto se il denominatore $f'(x)$ si annulla per uno dei termini della successione.

Può anche accadere che l'equazione considerata non abbia soluzioni reali, oppure (ma molto raramente) che sia necessario un gran numero di iterazioni.

Ora possiamo passare all'analisi del listato.

```

10 REM COPYRIGHT IN BASIC
12 REM VIA SEZZE 22 LATINA
14 REM TEL. 487631
16 CLR:PRINT"██"
18 POKE53280,10:POKE53281,3
20 PRINT"██ SOLUZIONE DELLE EQUAZIONI ALGEBRICHE"
30 PRINTTAB(7)"██CON IL METODO DI NEWTON██"
35 FORK=1TO40:PRINT"█";NEXT:PRINT"██"
40 INPUT"██QUAL'E' IL GRADO DELL'EQUAZIONE";G
50 DIMA(G),B(G-1)
60 PRINT"██OK - RIDUCI L'EQUAZIONE SOTTO FORMA DI"
```

```

70 PRINT"POLINOMIO UGUAGLIATO A ZERO,ED ORDINA I"
80 PRINT"TERMINI SECONDO LE POTENZE DECRESCENTI"
90 PRINT"DELLA X."
100 PRINT"ORA POI FORNISCIMI I LORO VALORI :"

```

Nelle linee 40 e 50, dopo aver fissato il grado G dell'equazione, vengono dimensionate due variabili con indice: la prima per ricevere i valori dei coefficienti dell'equazione e la seconda per i coefficienti della corrispondente derivata (di 1 grado inferiore e perciò con un coefficiente in meno).¹

Da 110 a 130 vengono richiesti dal C-64 i valori dei coefficienti dell'equazione. Da 140 a 170 vengono invece calcolati automaticamente i coefficienti della derivata. Poi il C-64 richiede il valore X dal quale iniziare l'interpolazione, e vengono inizializzate le variabili:

$T =$ serve per contare il numero d'iterazioni eseguite.
 $P =$ serve per memorizzare il valore di $f(x)$ ad ogni iterazione.
 $PP =$ serve per memorizzare il corrispondente valore di $f'(x)$.

Da 240 a 265 viene calcolato il valore di $f(x)$ ad ogni iterazione: inizialmente è $P = 0$, poi a causa del ciclo FOR NEXT vengono calcolati tutti i termini del polinomio uno dopo l'altro, ed ogni volta sono sommati a P . Alla fine P corrisponde al valore dell'intero polinomio $f'(x)$.

La condizione dopo il NEXT K della linea 265 è necessaria per il caso in cui $X = 0$, altrimenti si avrebbe $f(x) = 0$ (invece del termine noto).

Da 270 a 300 viene calcolato in modo perfettamente analogo il valore PP della derivata.

In 310 e 320 si ha il controllo della derivata e, se questa è nulla, si ha l'uscita dalla routine con un salto in 400 dove viene richiesto un diverso valore X di partenza. Nelle linee 330 e 340 viene fissato il nuovo valore XX per l'iterazione successiva.

Se questo valore coincide con il precedente (linee 350 e 360), abbiamo individuato una soluzione e si ha un salto in 440 per la stampa dei risultati.

In 370 si ha il comando di trasformare XX in X per cominciare il nuovo ciclo iterativo (nel caso che la soluzione non sia stata ancora trovata). Per fermare le iterazioni quando le soluzioni reali non esistono (o quando il numero di iterazioni sarebbe troppo alto), si ha in 380 il comando di saltare alla linea 480 dopo cento iterazioni,² per la stampa dei risultati raggiunti fino a quel momento, e la richiesta di un nuovo valore di partenza.

Provate a far scorrere il programma con equazioni di cui già conosciate le soluzioni, oppure con equazioni reciproche (che ammettono sicuramente le soluzioni $X = 1$ oppure $X = -1$).

Un altro programma più completo, perché fornisce un elenco di tutte le soluzioni reali e complesse, è il seguente.

¹Se G è minore o uguale a 10, tale dimensionamento può essere eliminato.

²Ad ogni iterazione la variabile T aumenta di una unità grazie al contatore posto in 230.

```

10 CLR
15 POKE53280,10:POKE53281,3
20 PRINT"RADICI REALI E COMPLESSE DI UN POLINOMIO"
30 PRINT"QUESTO PROGRAMMA CALCOLA TUTTE LE"
40 PRINT"RADICI DI UN POLINOMIO ESPRESSO SOTTO"
50 PRINT"LA FORMA : "
60 PRINT"      N      N-1      N-2"
70 PRINT"      X + A X  + A X  +....+A  = 0"
80 PRINT"      1      2      N"
90 PRINT"N.B. IL PRIMO COEFFICIENTE E' =1"
110 IEFFNA(2)=INT(1000*2)/1000
120 PRINT"QUAL'E' IL GRADO DEL POLINOMIO ?"
130 GETN$:IFN$=""THEN130
140 N=VAL(N$)
150 PRINT"DETTI I COEFFICIENTI : "
170 FORI=1TON
190 PRINT"COEFFICIENTE A  ="
200 PRINT"#####I: INPUT"");A(I)
210 NEXT
220 PRINT"J"
250 IFN<2THEN490
260 B=A(1)
270 C=A(2)
280 D=B*B-4*C
290 IFD<0THEN370
300 D1=SQR(D)
310 R1=(-B+D1)/2
320 R2=(-B-D1)/2
330 PRINT"RADICI REALI : "
340 PRINTTAB(10)"X = "FNA(R1)
350 PRINTTAB(10)"X = "FNA(R2)
360 GOTO470
370 D1=SQR(-D)
380 IFB=0THEN400
390 IFABS(D1/B)<.04THEN440
400 PRINT"RADICI COMPLESSE : "
410 PRINTTAB(10)"X = "FNA(-B/2)" + J"FNA(D1/2)
420 PRINT:PRINTTAB(10)"X = "FNA(-B/2)" - J"FNA(D1/2)
430 GOTO470
440 PRINT"RADICI REALI : "
450 PRINTTAB(10)"X = "FNA(-B/2)
460 PRINTTAB(10)"X = "FNA(-B/2)
470 IFN=2THEN970
480 RETURN
490 IFN=1THEN970
500 IFN<0THEN540
510 PRINT"RADICE REALE : "
515 PRINTTAB(10)"X = "A(N)
520 N=N-1
540 IF(A(N-2)=0)*(A(N-1)=0)THENP=1:Q=1:GOTO590
550 IFABS(A(N-2))<.001THENA(N-2)=.1
560 P=A(N-1)/A(N-2)
570 IFP=0THENP=1/A(N-2)
580 Q=A(N)/A(N-2)
590 B(0)=1
600 B(1)=A(1)-P*B(0)
610 FORI=2TON
620 B(I)=A(I)-P*B(I-1)-Q*B(I-2)
630 NEXT
640 C(0)=1
650 C(1)=B(1)-P*C(0)
660 FORI=2TON-1

```

```

670 C(I)=B(I)-P*C(I-1)-Q*C(I-2)
680 NEXT
690 P1=C(N-2)
700 P2=C(N-3)
710 P3=C(N-1)-B(N-1)
720 P4=P1
730 F1=B(N-1)
740 F2=B(N)
750 DE=P1*P4-P2*P3
760 IFDE=0THEN950
770 DP=(F1*P4-P2*F2)/DE
780 DQ=(P1*F2-F1*P3)/DE
790 F=P+DP
800 Q=Q+DQ
810 IF(DP=0)*(DQ=0)THEN830
820 GOTO590
830 REM ITERAZIONE COMPLETATA
840 B=P
850 C=Q
860 GOSUB280
870 N=N-2
880 FORI=1TON
890 A(I)=B(I)
900 NEXT
910 IFN=1THEN960
920 IFN=2THENGOSUB260
930 IFN>2THEN540
940 GOTO970
950 PRINT"NEQUAZIONE SENZA SOLUZIONI":GOTO970
960 PRINT"RADICE REALE : "
965 PRINTTAB(10)"X = "FNA(-A(1))
970 PRINT"ANCORA ?"
980 GETR$:IFR$=""THEN980
990 IFR$="S"THEN10
1000 PRINT"OK - CIAO
1010 END

```

Il programma è una libera rielaborazione di un lavoro pubblicato su una rivista straniera, e funziona egregiamente.

Provate a proporre l'equazione

$$X^4 + 19X^2 - 150 = 0$$

otterrete $X = 2.45$ e $X = -2.45$ (al posto dei valori irrazionali $\pm\sqrt{6}$) e altre due soluzioni immaginarie $X = 5i$ e $X = -5i$.

Per l'equazione di quinto grado

$$X^5 - 5X^4 + X^3 + 13X^2 - 2X - 8 = 0$$

otterrete invece le soluzioni $X = 1$; $X = -1$; $X = -1$; $X = 2$; $X = 3.99$ (al posto del valore esatto $X = 4$).

DISPOSIZIONI E PERMUTAZIONI

Il Commodore 64 può anche essere usato didatticamente per spiegare dei concetti, per fornire esempi sugli stessi e per proporre esercizi applicativi controllando poi se la risposta è giusta. Questo programma e il seguente costituiscono per l'appunto due lezioni che trattano gli argomenti del calcolo combinatorio e del calcolo delle probabilità.

Analizziamoli rapidamente uno alla volta.

```

100 REM COPYRIGHT IN BASIC
102 REM VIA SEZZE 22 LATINA
104 REM TEL. 487631
110 CLR:PRINT" "
120 POKE53280,3:POKE53281,3
130 PRINTTAB(10)"CALCOLO COMBINATORIO"
140 PRINT"CONSIDERIAMO QUATTRO ELEMENTI (O OG-"
150 PRINT"GETTI O LETTERE O NUMERI) DIFFERENTI."
160 PRINT"SCEGLI 4 SIMBOLI O NUMERI O LETTERE E"
170 PRINT"BATTILI : "
180 INPUT"SCEGLI IL PRIMO SIMBOLO";S1$
185 IFLEN(S1$)<>1THEN180
190 INPUT"IL SECONDO";S2$
195 IFLEN(S2$)<>1THEN190
200 INPUT"IL TERZO";S3$
205 IFLEN(S3$)<>1THEN200
210 INPUT"IL QUARTO";S4$
215 IFLEN(S4$)<>1THEN210
220 PRINT"OK - HAI SCELTO I SIMBOLI: ";S1$ "S2$" "S3$" "S4$
230 PRINT"ORA VEDIAMO IN QUANTI MODI DIVERSI E'"
240 PRINT"POSSIBILE RAGGRUPPARLI 3 A 3 ."
250 PRINT"DUE RAGGRUPPAMENTI SONO CONSIDERATI"
260 PRINT"DIFFERENTI SE HANNO : "
270 PRINT" 1-ALMENO UN ELEMENTO DIVERSO"
280 PRINT" 2-ELEMENTI UGUALI MA DISPOSTI CON"
290 PRINT" ORDINE DIFFERENTE"
300 PRINT"MA TUTTI I RAGGRUPPAMENTI CHE E' POSSIBILE"
310 PRINT"FORMARE SONO I SEGUENTI : "
320 GOSUB2260
330 PRINT" "
340 PRINTS1$S2$S3$,S1$S2$S4$,S2$S3$S4$,S1$S3$S4$
350 PRINTS1$S3$S2$,S1$S4$S2$,S2$S4$S3$,S1$S4$S3$
360 PRINTS2$S1$S3$,S2$S1$S4$,S3$S2$S4$,S3$S1$S4$
370 PRINTS2$S3$S1$,S2$S4$S1$,S3$S4$S2$,S3$S4$S1$
380 PRINTS3$S1$S2$,S4$S1$S2$,S4$S2$S3$,S4$S1$S3$
390 PRINTS3$S2$S1$,S4$S2$S1$,S4$S3$S2$,S4$S3$S1$
400 PRINT"SONO 24 RAGGRUPPAMENTI."
410 PRINT"ESSI VENGONO CHIAMATI DISPOSIZIONI DI"
420 PRINT"4 ELEMENTI DI CLASSE 3."
430 PRINT"PIU' IN GENERALE SE SI HANNO N ELE-"
440 PRINT"MENTI, TUTTI I RAGGRUPPAMENTI CHE SI"
450 PRINT"POSSONO OTTENERE PRENDENDO OGNI VOLTA"
460 PRINT"K DI ESSI, SI CHIAMANO:"
470 PRINT"DISPOSIZIONI DI N ELEMENTI DI CLASSE K"
480 GOSUB2260
490 PRINT"IL NUMERO DEI RAGGRUPPAMENTI VIENE"
500 PRINT"INDICATO BREVEMENTE CON IL SIMBOLO:"
510 PRINTTAB(15)" =....."
520 PRINTTAB(16)"N,K"

```



```

530 PRINT"NEL CASO PRECEDENTEMENTE ESAMINATO, SI HA"
540 PRINTTAB(15)"N" = 24"
550 PRINTTAB(16)"4,3"
560 PRINT"CIÒE', DATI 4 ELEMENTI, PRENDENDOLI A 3 A"
570 PRINT"3, E' POSSIBILE COSTITUIRE 24 DISPOSIZIONI DIVERSE."
580 PRINT"ZIONI DIVERSE."
590 GOSUB2260
600 PRINT"E' POSSIBILE CALCOLARE IL NUMERO DI"
610 PRINT"DISPOSIZIONI DI 3 ELEMENTI DI CLASSE"
620 PRINT"K (CIÒE' PRESI K A K), APPLICANDO LA"
630 PRINT"FORMULA SEGUENTE:"
640 PRINTTAB(5)"N" =  $N*(N-1)*(N-2)*(N-3)*....$ "
650 PRINTTAB(6)"N, K"
660 PRINTTAB(9)"-----"
670 PRINTTAB(17)"K FATTORI"
680 PRINT"IL ULTIMO FATTORE DEL SECONDO MEMBRO E'"
690 PRINTTAB(15)"N-(K-1)"
700 PRINT"CHE SI PUO' ANCHE SCRIVERE PIU' SEMPLI-"
710 PRINT"CEMENTE"
720 PRINTTAB(15)"N*(N-K+1)"
730 GOSUB2260
740 PRINT"QUINDI LA FORMULA PER CALCOLARE IL"
750 PRINT"NUMERO DI DISPOSIZIONI DI N ELEMENTI"
760 PRINT"DI CLASSE K E' :"
770 PRINTTAB(5)"N" =  $N*(N-1)*(N-2)*....*(N-K+1)$ "
780 PRINTTAB(6)"N, K"
790 INPUT"VUOI RIVEDERE QUESTI ULTIMI PASSAGGI";RR$
800 IF LEFT$(RR$,1) = "S" THEN 330
810 PRINT"K E' SEMPRE MINORE DI N."
820 PRINT"SE INVECE K=N (CIÒE' SE IN CIASCUN"
830 PRINT"RAGGRUPPAMENTO PRENDIAMO OGNI VOLTA"
840 PRINT"UTTI GLI N ELEMENTI), I RAGGRUPPA-"
850 PRINT"MENTI STESSI PRENDONO IL NOME DI :"
860 PRINTTAB(5)"PERMUTAZIONI DEGLI N ELEMENTI"
870 PRINT"POICHE' K=N, NELLA FORMULA PRECEDENTE"
880 PRINT"IL ULTIMO FATTORE E' SEMPRE 1."
890 PRINT"QUINDI :"
900 PRINTTAB(10)"P" =  $N*(N-1)*(N-2)*....*1$ "
910 PRINTTAB(11)"N"
920 PRINT"IL RISULTATO DI QUESTA ESPRESSIONE"
930 PRINT"VIENE ANCHE INDICATO CON IL SIMBOLO"
940 PRINTTAB(15)"N !"
950 PRINT"CHE SI LEGGE "N FATTORIALE."
960 GOSUB2260
970 PRINT"UN CLASSICO ESEMPIO DI PERMUTAZIONI E'"
980 PRINT"COSTITUITO DAGLI ANAGRAMMI DELLE PAROLE"
990 PRINT"LE CUI LETTERE SONO TUTTE DIFFERENTI"
1000 PRINT"FR A LORO."
1010 PRINT"BATTE UNA PAROLA CON TALI CARATTERI-"
1020 INPUT"STICHE";Z$
1030 Y=LEN(Z$)
1040 I=1:N=1
1050 NF=N*I
1060 I=I+1
1070 IF I<=Y THEN 1050
1080 PRINT"CI SONO";NF;"PERMUTAZIONI"
1090 PRINT"POSSIBILI."
1100 PRINT"ORA TE LE MOSTRO...."
1110 IF Y>5 THEN PRINT"PERO' ATTENZIONE: SONO MOLTE!"
1120 IF Y>6 THEN PRINT"CAHIME' !! SONO MOLTISSIME!!)"
1130 GOSUB2260
1140 PRINT"Z":PRINTZ$

```

```

1150 J=Y-1:ZZ$="**"+Z$
1160 IFJ<0THEN1220
1170 P(J)=P(J)+1:IFP(J)>Y-J-1THENP(J)=0:J=J-1:GOTO1160
1180 AG$="":FORJ=0TOY-1:AG$=AG$+MID$(ZZ$,P(J)+3,1)
1190 ZZ$=LEFT$(ZZ$,P(J)+2)+MID$(ZZ$,P(J)+4)
1200 NEXTJ:PRINTAG$,
1210 GOTO1150
1220 PRINT:PRINT"PFUII !!!"
1230 PRINT:INPUT"MUOI PROVARE CON UN'ALTRA PAROLA":RR$
1240 IFLEFT$(RR$,1)="S"THENCLR:GOTO970
1250 Q$="XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX"
1260 DATATABC,ACB,BAC,BCA,CAB,CBA,ABD,ADB,BAD,BDA,DAB,DBA
1270 DATACAD,ADC,CAD,CDA,DAC,DCA,BCD,BDC,CBD,CDB,DBC,DCB
1280 PRINT"OCCUPIAMOCI ORA DELLE COMBINAZIONI."
1290 PRINT"IN PRECEDENZA ABBIAMO VISTO CHE DATI 4"
1300 PRINT"ELEMENTI (PER ESEMPIO LE 4 LETTERE"
1310 PRINT"A B C D),LE DISPOSIZIONI DI CLASSE 3"
1320 PRINT"SONO : "
1330 PRINTTAB(15)"    = 24"
1340 PRINTTAB(16)"4,3"
1350 PRINT"CIOE' SONO I 24 RAGGRUPPAMENTI...."
1360 GOSUB2260:GOSUB2290
1370 GOSUB2350
1380 PRINT"OSSERVANDO LA TABELLA PUOI NOTARE CHE"
1390 PRINT"IN CIASCUNA COLONNA COMPaiono SEMPRE"
1400 PRINT"GLI STESSI 3 ELEMENTI ORDINATI IN TUTTI"
1410 PRINT"E SEI I MODI POSSIBILI."
1420 PRINT"CIOE' IN CIASCUNA COLONNA CI SONO LE"
1430 PRINT"PERMUTAZIONI DI TRE ELEMENTI (3!=3*2*1="
1440 PRINT"=6) COSTITUITE APPUNTO DA SEI RAGGRUP-"
1450 PRINT"PAMENTI."
1460 GOSUB2260:GOSUB2360
1470 PRINT"INVECE I 4 RAGGRUPPAMENTI ALL'INIZIO DI"
1480 PRINT"OGNI COLONNA..." :F=1:GOSUB2260
1490 GOSUB2290:GOSUB2350
1500 PRINT"CONSTITUISCONO LE COMBINAZIONI DEI 4"
1510 PRINT"ELEMENTI (A,B,C,D) DI CLASSE 3."
1520 PRINT"LE COMBINAZIONI DIFFERISCONO DALLE"
1530 PRINT"RAGGRUPPAMENTI SONO DIVERSI SOLO SE"
1540 PRINT"CONTENGONO ALMENO UN ELEMENTO DIVERSO."
1550 PRINT"NEL NOSTRO CASO LE COMBINAZIONI COR-"
1560 PRINT"RISPONDONO AI 4 RAGGRUPPAMENTI IN"
1570 PRINT"REVERSE." :GOSUB2260:GOSUB2360
1580 PRINT"QUINDI, OSSERVANDO LA TABELLA, LE 4 COM-"
1590 PRINT"BINAZIONI DI CLASSE 3 MOLTIPLICATE PER"
1600 PRINT"LE DISPOSIZIONI DI 3 ELEMENTI (CIOE' LE"
1610 PRINT"4 COLONNE PER LE 6 RIGHE), DANNO IN TO-"
1620 PRINT"TALE LE 24 DISPOSIZIONI (DI 4 ELEMENTI"
1630 PRINT"DI CLASSE 3)." :GOSUB2260
1640 PRINT"QUESTO E' UN RISULTATO CHE PUO' ESSERE"
1650 PRINT"ANCHE SCRITTO COSI' : "
1660 PRINT"NUM.COMBINAZ.*NUM.PERMUT.=NUM.DISPOSIZ."
1670 PRINT"CIOE'"
1680 PRINTTAB(12)"    *3!=D"
1690 PRINTTAB(13)"4,3      4,3"
1700 PRINT"ANCHE"
1710 PRINTTAB(21)"D"
1720 PRINTTAB(22)"4,3"
1730 PRINTTAB(15)"C  =———"
1740 PRINTTAB(16)"4,3      3!"
1750 PRINT"GENERALIZZANDO, SI HA...." :GOSUB2260
1760 PRINT"J":PRINTTAB(21)"D"

```

```

1770 PRINTTAB(22)"N,K"
1780 PRINTTAB(15)"C" =-----"
1790 PRINTTAB(16)"N,K" K!"
1800 PRINT"QUANTO PERMETTE DI CALCOLARE IL NUMERO DI"
1810 PRINT"COMBINAZIONI DI N ELEMENTI DI CLASSE K?"
1820 PRINT"IL RISULTATO DEL CALCOLO VIENE ANCHE"
1830 PRINT"DETTO COEFFICIENTE BINOMIALE ED INDI-"
1840 PRINT"CATO CON IL SIMBOLO : "
1850 PRINTTAB(15)"N \ N \"
1860 PRINTTAB(15)"I" I"
1870 PRINTTAB(15)"\ K /"
1880 PRINT"CHE SI LEGGE N SU K."
1890 GOSUB2260:GOSUB2360
1900 PRINT"MULTIPLICANDO NUMERATORE E DENOMINATORE"
1910 PRINT"DI QUESTA FORMULA PER"
1920 PRINTTAB(15)"N(N-K)!"
1930 PRINT"SI OTTIENE : "
1940 PRINTTAB(13)"N \ N \ N!"
1950 PRINTTAB(13)"I" I = -----"
1960 PRINTTAB(13)"\ K / K!(N-K)!"
1970 GOSUB2260:GOSUB2360
1980 PRINT"PER CONVENZIONE SI PONE : "
1990 PRINTTAB(5)"N \ 0 \ / 1 \ / N \"
2000 PRINTTAB(5)"I" I = 1 I = 1 I = 1 I = 1"
2010 PRINTTAB(5)"\ 0 / \ 0 / \ N /"
2020 GOSUB2260:INPUT"VUOI RIVEDERE QUESTI ULTIMI PASSAGGI";R$
2030 IFLEFT$(R$,1)="S"THEN1250
2040 PRINT"OK - ORA VEDIAMO SE SAI APPLICARE LA"
2050 PRINT"FORMULA PER OTTENERE IL NUMERO DI COM-"
2060 PRINT"BINAZIONI : "
2070 GOSUB2350:PRINT
2080 N=INT(15*RND(1)+1):K=INT(15*RND(1)+1)
2090 IFN<KTHEN2080
2100 PRINT"SE N="N" E K="K
2110 PRINT"QUANTE SONO LE COMBINAZIONI DI "N
2120 PRINT"ELEMENTI DI CLASSE "K "?"
2130 F=N:GOSUB2420:X=NF
2140 F=K:GOSUB2420:Y=NF
2150 F=N-K:GOSUB2420:Z=NF
2160 R=X/(Y*Z)
2170 INPUT"IL RISULTATO =";RR
2180 IFRR=RTHENGOSUB2360:PRINT:GOSUB2480:GOTO2220
2190 GOSUB2360:GOSUB2500:PRINT"LA RISPOSTA GIUSTA ERA"
2200 PRINTTAB(18)"R"
2210 PRINT:GOTO2220
2220 INPUT"VUOI PROVARE ANCORA";R$
2230 IFLEFT$(R$,1)="S"THENPRINT":":PRINT:GOTO2040
2240 PRINT"OK - CIAO!"
2250 END
2260 PRINT"(PREMI UN TASTO)"
2270 GETA$:IFA$=" "THEN2270
2280 RETURN
2290 REM-STAMPA DELLE DISPOSIZIONI
2300 PRINT":":FORK=1TO4:PRINT":":FORJ=1TO6
2310 IFF=1ANDJ=1THENREADC$:PRINTTAB(6*K)"C$":GOTO2330
2320 READC$:PRINTTAB(6*K)C$
2330 NEXTJ:NEXTK
2340 RESTORE:RETURN
2350 FORK=1TO40:PRINT":":NEXTK:RETURN
2360 REM-CANCELLAZIONE
2370 O$="
2380 PRINT"XXXXXXXXXX"

```

```

2390 FORK=1TO15:PRINTQ$:NEXTK
2400 PRINT"#####"
2410 RETURN
2420 REM-CALC.FATTORIALI
2430 I=1:NF=1
2440 NF=NF*I
2450 I=I+1
2460 IF I<=F THEN 2440
2470 RETURN
2480 FORJ=1TO10:PRINTQ$:"GIUSTO!":FORY=1TO100:NEXT:PRINTQ$:"#GIUSTO!#"
2490 FORJ=1TO100:NEXT:PRINTQ$:"":NEXT:RETURN
2500 FORJ=1TO10:PRINTQ$:"SBAGLIATO!":FORY=1TO100:NEXT:PRINTQ$:"#SBAGLIATO!#"
2510 FORY=1TO100:NEXT:PRINTQ$:"":NEXT:RETURN

```

In questo programma vengono dapprima spiegati i concetti di disposizioni e di permutazioni.

Dopo che l'operatore ha introdotto quattro simboli (letterali, numerici o grafici) A\$, B\$, C\$ e D\$ (linee 160-190), si ha la stampa della tabella contenente tutte le disposizioni dei 4 elementi di classe 3. Poi viene fornita la formula che permette di calcolare il numero di disposizioni di N elementi di classe K.

Come caso particolare delle disposizioni (quando $N = K$) si perviene alle permutazioni e al concetto di fattoriale.

A questo punto, come applicazione, battendo sulla tastiera una qualsiasi parola, il Commodore 64 fornisce tutti i possibili anagrammi (cioè le permutazioni) della parola dopo aver calcolato quanti essi siano.

Per l'elaborazione degli anagrammi (linee 1140-1220) abbiamo usato una ingegnosa routine ideata da S.H. Binns.¹

La parola da anagrammare è Z\$.

Essa viene trasformata in una seconda stringa ZZ\$ uguale alla precedente ma preceduta da due asterischi (che hanno lo scopo di impedire che l'argomento di LEFT\$ nella linea 1190 divenga nullo).

La variabile J corrisponde alla lunghezza della parola iniziale, meno uno.

La variabile P(J) non è dimensionata, e se desiderate anagrammare parole composte da più di 10 lettere non avete che da introdurre il dimensionamento.

In 1180 l'anagramma AG\$ viene "azzerato" prima di passare all'elaborazione dell'anagramma successivo. L'elaborazione termina non appena la variabile J assume il valore -1.

La trattazione del calcolo combinatorio viene completata in questo programma con lo studio delle combinazioni.

Questa volta il quadro delle disposizioni viene eseguito con la tecnica dei DATA, in modo da poterle stampare una volta in modo normale (con

¹È pubblicata nella posta dei lettori della rivista inglese *Practical computing* (luglio 1980).

due cicli FOR NEXT uno dentro l'altro), ed una seconda volta con i raggruppamenti all'inizio di ogni colonna stampati in reverse per metterli in evidenza.

Ciò si ottiene con il flag $F = 1$ nella linea 1480. La parte descrittiva in cui si spiega come si perviene al calcolo dei coefficienti binomiali, sfruttata la subroutine 2360 nella quale lasciando intatta la metà superiore dello schermo, viene cancellata solo quella inferiore.

Ciò è utile quando, scritta una formula o una tabella, la si vuole commentare in modo che essa rimanga visibile durante il commento. Alla fine, scelti due numeri (N e K con $N \geq K$) a caso, il Commodore 64 propone all'operatore di calcolare il numero di combinazioni di N elementi di classe K . Dopo aver controllato se la risposta è giusta o sbagliata, a causa delle subroutine 2480 e 2500, si ha una conferma lampeggiante.

CALCOLO DELLE PROBABILITÀ

Questa è la seconda e ultima "lezione" sul calcolo delle probabilità.

La considero un completamento della precedente perché spesso il numero di eventi possibili o favorevoli si ottiene applicando i concetti del calcolo combinatorio.

Sarebbe forse stato opportuno, per esaurire l'argomento, sviluppare anche un programma che trattasse le disposizioni e combinazioni *con ripetizione*.

Lascio al lettore volenteroso questo compito del resto non difficile.

```

10 REM COPYRIGHT IN BASIC
12 REM VIA SEZZE 22 LATINA
14 REM TEL. 487631
15 CLR:PRINT"██"
20 POKE53280,10:POKE53281,3
25 PRINT"██████████████████████████████████████████"
30 PRINT"███"
35 PRINT"███"
40 PRINT"███"
45 PRINT"███"
50 PRINT"███"
55 PRINT"███"
60 PRINT"███"
65 PRINT"███"
70 PRINT"███"
75 PRINT"███"
80 PRINT"███"
85 PRINT"███"
90 PRINT"███"
95 PRINT"██████████████████████████████████████████"
100 PRINTTAB(11)"███(PREMI UN TASTO)███"
105 GETA$:IFA$=""THEN105
110 PRINT"███PRENDIAMO IN CONSIDERAZIONE UN EVENTO"

```

```

130 PRINT"LA CUI POSSIBILITA' DI AVVENIRE DIPENDA"
140 PRINT"ESCLUSIVAMENTE DAL CASO."
150 PRINT"PER ESEMPIO LA POSSIBILITA' CHE GETTAN-"
160 PRINT"DO IN ARIA UNA MONETA ESCA TESTA, O CHE"
170 PRINT"TIRANDO UN DADO ESCA 5, ECC."
180 GOSUB60000:PRINT"J"
190 PRINT"INDICHIAMO CON 2 IL NUMERO DI TUTTI"
200 PRINT"GLI EVENTI POSSIBILI (2 NEL CASO DELLA"
210 PRINT"MONETA E 6 NEL CASO DEL DADO), E CON 6"
220 PRINT"IL NUMERO DI EVENTI FAVOREVOLI FRA"
230 PRINT"TUTTI QUELLI POSSIBILI (F=1 SIA NEL"
240 PRINT"CASO DELLA MONETA CHE DEL DADO).":PRINT
250 PRINT"SI DEFINISCE PROBABILITA' DI UN EVENTO"
260 PRINT"CIOE' LA PROBABILITA' CHE ESSO HA DI"
270 PRINT"VERIFICARSI, IL RAPPORTO"
280 PRINT:PRINT:PRINTSPC(19)"F"
290 PRINTSPC(14)"P = —"
300 PRINTSPC(19)"N":PRINT:PRINT
310 PRINT"IL RISULTATO DI TALE RAPPORTO E' UN"
320 PRINT"NUMERO CHE RISULTA SEMPRE COMPRESO FRA"
330 PRINT"ZERO ED UNO."
340 GOSUB60000:PRINT"J"
350 PRINT"NEL PRIMO CASO LIMITE (P=0) AVREMO LA"
360 PRINT"CERTEZZA CHE L'EVENTO NON POTRA' VERI-"
370 PRINT"IFICARSI MAI, MENTRE NELL'ALTRO CASO"
380 PRINT"LIMITE (P=1) L'EVENTO AVVERRA' SICURA-"
390 PRINT"MENTE."
400 PRINT"SESEGUENDO LA DIVISIONE F/N ,LE PRIME"
410 PRINT"DUE CIFRE DOPO LA VIRGOLA RAPPRESENTANO"
420 PRINT"LA PROBABILITA' IN PERCENTUALE."
430 PRINT"PERESEMPIO"
440 PRINT"NOICALCOLIAMO LA PROBABILITA' CHE GETTAN-"
450 PRINT"DO UN DADO ESCA UN NUMERO MAGGIORE DI 4"
460 PRINTTAB(5)"NOIGLI EVENTI FAVOREVOLI SONO 2"
470 PRINTTAB(10)"(IL CINQUE E IL SEI)"
480 PRINTTAB(5)"MENTRE GLI EVENTI POSSIBILI SONO 6"
490 PRINTTAB(10)"(LE SEI FACCE DEL DADO)"
500 GOSUB60000
510 PRINT"LA PROBABILITA' E' QUINDI : "
520 PRINT"    2"
530 PRINT"    P=——= .3333333....."
540 PRINT"    6"
550 PRINT"NOICIOE'    P=33% (CIRCA)
552 PRINT"NOIINFATTI LE PRIME DUE CIFRE DOPO LA VIR-"
554 PRINT"GOLA ESPRIMONO LA PROBABILITA' IN PER-"
556 PRINT"CENTUALE."
560 PRINT"NOIQUESTA E' LA DEFINIZIONE TEORICA DI"
570 PRINT"PROBABILITA' E PUO' ESSERE CALCOLATA"
580 PRINT"PRIMA CHE L'EVENTO SI VERIFICHI."
590 PRINT"NOIACCIANGIAMOCI ORA A VERIFICARE SPERIMEN-"
600 PRINT"TALMENTE QUANTO ABBIAMO ASSERTITO."
610 GOSUB60000
620 PRINT"NOIPRENDIAMO UN DADO E LANCIAMOLO UN"
630 PRINT"CERTO NUMERO DI VOLTE."
640 INPUT"QUANTE VOLTE LO VUOI LANCIARE":A
650 DIMD(A)
660 PRINT"NOIOK - PREMI SPACE PER LANCIARE IL DADO"
670 GETI$:IFI$=""THEN670
675 PRINT:PRINT:PRINT
680 GOSUB40020
685 PRINT"TTTTTT"
690 GOTO670

```

```

700 PRINT"HA LANCiato IL DADO";A;"VOLTE TOTALIZ-"
710 PRINT"ZANDO I SEGUENTI RISULTATI : "
715 PRINT:PRINT
720 FORK=0TOT=2:PRINTD(K);
723 IFD(K)>4THENJ=J+1
724 NEXTK
725 PRINT
730 GOSUB60000
750 PRINT"SONO STATI ESEGUITI";A;"LANCI,QUINDI"
760 PRINTTAB(15)"N=";A
770 PRINT"DEI QUALI SOLTANTO";J;"ERANO SUPERIORI"
780 PRINT"A 4 ,QUINDI"
790 PRINTTAB(15)"F=";J
800 PRINT"IL RAPPORTO F/N FORNISCE COME RISULTATO"
810 Q=J/A
820 PRINTTAB(10)"F(N)=";Q
830 PRINT"CHE VIENE DEFINITA FREQUENZA DEL-"
840 PRINT"L'EVENTO SU N PROVE."
850 GOSUB60000
860 PRINT"LA PROBABILITA' (CALCOLABILE PRIMAS"
870 PRINT"DEI LANCI) ERA P=.3333333 MENTRE LA"
880 PRINT"FREQUENZA DELL'EVENTO SU";A;"PROVE "
890 PRINT"(OTTENUTA DOPO I LANCI) E'"
900 PRINTTAB(10)"F(";A;")=";Q
910 PRINT"UNA LEGGE FONDAMENTALE DEL CALCOLO"
920 PRINT"DELLE PROBABILITA' (LEGGE DEI GRANDI"
930 PRINT"NUMERI),AFFERMA CHE:"
940 PRINT"PIU' ALTO E' IL NUMERO N DI PROVE"
950 PRINT"EFFETTUATO E PIU' LA FREQUENZA F(N)"
960 PRINT"SI AVVICINA AL VALORE TEORICO P"
970 PRINT"VUOI RIPROVARE A LANCIARE IL DADO PER"
980 PRINT"UN NUMERO MAGGIORE DI VOLTE,PER VERIFI-"
990 INPUT"CARE CHE F(N) -> P";R$
1000 IFLEFT$(R$,1)="S"THENCLR:GOTO620
1010 GOSUB60000
1020 PRINT"PERO' SE IL NUMERO DI LANCI E' BASSO"
1030 PRINT"NON CI POSSIAMO ASPETTARE CHE F(N) SIA"
1040 PRINT"UGUALE O QUASI UGUALE A P."
1050 PRINT"MALE INOLTRE UN'ALTRA IMPORTANTISSIMA"
1060 PRINT"LEGGE: IL CASO NON HA MEMORIA !!"
1070 PRINT"PERCIO' ANCHE SE PER 1000 VOLTE NON"
1080 PRINT"SONO MAI USCITI NUMERI PIU' ALTI DI 4"
1090 PRINT"LA PROBABILITA' CHE CIO' AVVENGA NEL"
1100 PRINT"LANCIO SUCCESSIVO RESTA SEMPRE"
1110 PRINTTAB(15)"P=.3333333"
1120 PRINTTAB(30)"FINE"
2000 END
40000 REM-SUBROUTINE PER LANCI0 DADO
40020 D=INT(RND(1)*6)+1:D(T)=D:T=T+1:IFT=A+1THENGOTO700
40030 ONDGO SUB41540,41520,41500,41530,41530,41530
40040 ONDGO SUB41510,41540,41510,41540,41510,41530
40050 ONDGO SUB41540,41500,41520,41530,41530,41530
40060 RETURN
41500 PRINTTAB(15)"0 ":RETURN
41510 PRINTTAB(15)"1 ":RETURN
41520 PRINTTAB(15)"2 ":RETURN
41530 PRINTTAB(15)"3 ":RETURN
41540 PRINTTAB(15)"4 ":RETURN
60000 PRINT"(PREMI UN TASTO PER SEGUIARE)"
60010 GETA$:IFA$=""THEN60010
60020 RETURN

```

Il programma è di facilissima interpretazione: la prima parte è descrittiva, e vengono spiegati i concetti di probabilità teorica e di frequenza sperimentale.

Alla fine viene preso in considerazione un dado e l'operatore deve stabilire quante volte lo vuole lanciare.

Poi il dato viene effettivamente lanciato (si fa per dire: comunque esso viene visualizzato sullo schermo) per il numero di volte stabilito, e viene calcolata la frequenza sperimentale registrata sulla totalità dei lanci.

Si può constatare in questo modo che la frequenza tende alla probabilità, all'aumentare del numero dei lanci.

La subroutine per la visualizzazione del dato è la 40000.

Prima viene scelto un valore a caso D compreso fra 1 e 6.

A seconda del valore di D le linee 40030, 40040, 40050 inviano il Commodore 64 ad ulteriori subroutine (41500-51540) per formare tre stringhe (di tre caratteri ciascuno) che stampate una sotto l'altra costituiscono la faccia del dado.

MATEMATICA PER I PIÙ ESPERTI

L'intestazione del paragrafo è forse un po' esagerata: i tre programmi che seguono sono comunque alla portata di uno studente delle scuole secondarie.

Si tratta di un programma sul calcolo con le matrici, di uno sulle coniche in forma generica, e di uno sulla csecuzione del grafico di una funzione.

Con essi si conclude la prima parte di questo volume dedicata alla matematica.

Calcolo con le matrici

Una matrice è una tabella di numeri disposti a rettangolo su un numero r di righe e un numero c di colonne.

Per esempio

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & 0 & 8 \\ -1 & 4 & 2 & 2 \\ 7 & 1 & 0 & 9 \end{vmatrix}$$

è una matrice con 3 righe e 4 colonne. Ad essa non corrisponde alcun valore numerico, tranne il caso in cui il numero di righe è uguale a quello delle colonne, e allora il risultato si chiama *determinante* e la matrice viene detta quadrata.

Le matrici possono essere combinate fra loro con operazioni di somma, sottrazione e prodotto.

Questo programma permette di eseguire le operazioni con le matrici e di calcolare il determinante delle matrici quadrate fino al quarto ordine.

```

10 REM COPYRIGHT IN BASIC
12 REM VIA SEZZE 22 LATINA
14 REM TEL. 487631
16 POKE53280,10:POKE53281,3
20 CLR:PRINT"███"
40 PRINTTAB(8)"███CALCOLO CON LE MATRICI███"
50 PRINT"███SCEGLI FRA LE SEGUENTI POSSIBILITA'███:"
60 PRINT"███ 1-SOMMA"
70 PRINT"███ 2-DIFFERENZA"
80 PRINT"███ 3-PRODOTTO SCALARE FRA MATRICI"
90 PRINT"███ 4-TRASPOSIZIONE DI UNA MATRICE"
100 PRINT"███ 5-SOLUZIONE DI UNA MATRICE QUADRATA"
110 PRINT"███COSA SCEGLI ?"
120 GETA$:IFA$=""THEN120
130 A=VAL(A$):IFAC10RA>5THEN120
140 ONAGOTO1000,2000,3000,4000,5000
1000 REM-SOMMA FRA MATRICI
1010 GOSUB11000
1020 PRINT"███OK - LA MATRICE RISULTANTE DALLA SOMMA"
1030 PRINT"E' :":PRINT:GOSUB12000:PRINT:PRINT
1040 FORK=1TOR:FORJ=1TOC
1050 C(K,J)=A(K,J)+B(K,J)
1060 PRINTC(K,J);
1070 NEXTJ:PRINT:PRINT:NEXTK
1080 PRINT:GOSUB12000:PRINT:GOTO13000
2000 REM-DIFFERENZA FRA MATRICI
2010 GOSUB11000
2020 PRINT"███OK - LA MATRICE RISULTANTE DALLA DIFFE-"
2030 PRINT"RENZA E' :":PRINT:GOSUB12000:PRINT:PRINT
2040 FORK=1TOR:FORJ=1TOC
2050 C(K,J)=A(K,J)-B(K,J)
2060 PRINTC(K,J);
2070 NEXTJ:PRINT:PRINT:NEXTK
2080 PRINT:GOSUB12000:PRINT:GOTO13000
3000 REM-PRODOTTO SCALARE FRA MATRICI
3010 PRINT"███1" MATRICE███"
3015 INPUT"███QUANTE RIGHE███";R1
3020 INPUT"███QUANTE COLONNE███";C1
3025 PRINT"███2" MATRICE███"
3030 INPUT"███QUANTE RIGHE███";R2
3040 INPUT"███QUANTE COLONNE███";C2
3060 PRINT"███OK - ORA BATTI GLI ELEMENTI : "
3070 PRINT:GOSUB12000:PRINT:PRINT
3080 N=R2:IFC1>R2THENN=C1
3085 DIMA(R1,N),B(N,C2),C(R1,C2)
3090 PRINT"███1" MATRICE███":PRINT
3100 R=R1:C=C1:H=2:GOSUB10000
3110 PRINT"███2" MATRICE███":PRINT
3120 R=R2:C=C2:H=1:GOSUB10000
3130 PRINT"███OK - LA MATRICE RISULTANTE E' :":PRINT:GOSUB12000:PRINT:PRINT
3140 FORK=1TOR1:FORJ=1TOC2
3150 FORN1=1TON
3160 C(K,J)=C(K,J)+A(K,N1)*B(N1,J)
3170 NEXTN1
3180 PRINTC(K,J);

```

```

3190 NEXTJ:PRINT:PRINT:NEXTK
3200 PRINT:PRINT:GOSUB12000:PRINT:GOTO13000
4000 REM-MATRICE TRASPOSTA
4010 INPUT"QUANTE RIGHE HA LA MATRICE":R
4020 INPUT"E QUANTE COLONNE":C
4030 DIMA(R,C),B(C,R)
4040 PRINT"OK - BATTI GLI ELEMENTI ":PRINT:GOSUB12000:PRINT:PRINT
4050 H=2:GOSUB10000
4060 PRINT"OK - LA MATRICE INVERSA E' ":PRINT:GOSUB12000:PRINT:PRINT
4090 FORK=1TOC:FORJ=1TOR
4100 B(K,J)=A(J,K)
4110 PRINTB(K,J);
4120 NEXTJ:PRINT:PRINT:NEXTK
4130 PRINT:GOSUB12000:PRINT:GOTO13000
5000 REM-SOLUZ.MATRICE QUADRATA
5010 PRINT"POSSO RISOLVERE MATRICI QUADRATE FINO"
5020 PRINT"AL 4° ORDINE."
5025 DIMA(4,4)
5030 INPUT"QUALE ORDINE TI INTERESSA":N
5040 IFN<2ORN>4THENPRINT"NON ESSERE SCIOCCO!":GOTO5030
5050 PRINT"OK - ORA BATTI TUTTI GLI ELEMENTI ":PRINT:GOSUB12000:PRINT:PRINT
5060 N=INT(N)-1:ONN GOTO6000,7000,8000
6000 R=2:C=2:H=2:GOSUB10000
6010 D=A(1,1)*A(2,2)-A(1,2)*A(2,1)
6020 PRINT"IL DETERMINANTE E' : "
6030 PRINTTAB(15)"D = "D
6040 PRINT:PRINT:GOSUB12000:GOTO13000
7000 R=3:C=3:H=2:GOSUB10000
7010 D1=A(1,1)*A(2,2)*A(3,3)-A(2,3)*A(3,2))
7020 D2=A(1,2)*A(3,1)*A(2,3)-A(2,1)*A(3,3))
7030 D3=A(1,3)*A(2,1)*A(3,2)-A(3,1)*A(2,2))
7040 D=D1+D2+D3
7050 PRINT"IL DETERMINANTE E' : "
7060 PRINTTAB(15)"D = "D
7070 PRINT:PRINT:GOSUB12000:GOTO13000
8000 R=4:C=4:H=2:GOSUB10000
8010 D1=A(2,2)*A(3,3)*A(4,4)-A(4,3)*A(3,4))
8020 D2=A(2,3)*A(3,2)*A(4,4)-A(4,2)*A(3,4))
8030 D3=A(2,4)*A(3,2)*A(4,3)-A(4,2)*A(3,3))
8040 D4=A(2,1)*A(3,3)*A(4,4)-A(4,3)*A(3,4))
8050 D5=A(2,3)*A(3,1)*A(4,4)-A(4,1)*A(3,4))
8060 D6=A(2,4)*A(3,1)*A(4,3)-A(4,1)*A(3,3))
8070 D7=A(1,1)*(D1-D2+D3):D8=A(1,2)*(D4-D5+D6)
8080 C1=A(2,1)*A(3,2)*A(4,4)-A(4,2)*A(3,4))
8090 C2=A(2,2)*A(3,1)*A(4,4)-A(4,1)*A(3,4))
8100 C3=A(2,4)*A(3,1)*A(4,2)-A(4,1)*A(3,2))
8110 C4=A(2,1)*A(3,2)*A(4,3)-A(4,2)*A(3,3))
8120 C5=A(2,2)*A(3,1)*A(4,3)-A(4,1)*A(3,3))
8130 C6=A(2,3)*A(3,1)*A(4,2)-A(4,1)*A(3,2))
8140 C7=A(1,3)*(C1-C2+C3):C8=A(1,4)*(C4-C5+C6)
8150 D=D7-D8+C7-C8
8160 PRINT"IL DETERMINANTE E' : "
8170 PRINTTAB(15)"D = "D
8180 PRINT:PRINT:GOSUB12000:GOTO13000
8200 END
10000 REM-RIEMPIMENTO MATRICI
10010 FORK=1TOR
10020 FORJ=1TOC
10030 IFH=1THENPRINT"OK" RIGA E'J" COLONNA":INPUTB(K,J)
10040 IFH=2THENPRINT"OK" RIGA E'J" COLONNA":INPUTA(K,J)
10050 NEXTJ:NEXTK:RETURN
11000 REM-SOMMA O SOTTRAZIONE

```

```

11010 PRINT"LE DUE MATRICI DEVONO AVERE LO STESSO"
11020 PRINT"NUMERO DI RIGHE E COLONNE.":GOSUB12000
11030 INPUT"QUANTE SONO LE RIGHE":R
11040 INPUT"LE COLONNE":C
11050 DIMA(R,C),B(R,C),C(R,C)
11060 PRINT"OK - ORA BATTI I VALORI DEGLI ELEMENTI":GOSUB12000
11070 FORH=1TO2
11080 PRINT"R"MATRICE"
11090 GOSUB10000
11100 NEXTH
11110 RETURN
12000 REM-LINEA ORIZZONTALE
12010 A$="":FORH=1TO40:PRINTA$:NEXTH
12020 RETURN
13000 REM-RICHIESTA DI CONTINUAZIONE
13010 PRINT"VUOI SEGUIRE ?"
13020 GETA$:IFA$=""THEN13020
13030 IFA$="S"THEN10
13040 PRINT"OK - CIAO!!"

```

Fino alla linea 140 c'è la descrizione delle opzioni e l'invio alle linee 1000, 2000, 3000, 4000 e 5000 a seconda del calcolo che si vuole fare. Il programma principale finisce alla linea 8200: poi c'è la subroutine 10000 per il riempimento delle matrici, la 11000 per dimensionare e riempire le matrici nelle operazioni di somma e sottrazione, la 12000 per tracciare le sbarre orizzontali, ed infine in 13000 c'è la richiesta di continuazione. Vediamo come si realizza la somma fra matrici (linea 1000).

La 1010 invia il Commodore 64 alla linea 11000 dove bisogna specificare il numero di righe e colonne delle due matrici (linee 11030 e 11040). Poi vengono dimensionate tre variabili con doppio indice: A e B che servono per accogliere gli elementi delle due matrici, più la variabile C che serve per ricevere i risultati dell'operazione di somma.

Nelle 11070-11100 con un ciclo FOR NEXT vengono trattate prima la matrice A e poi la matrice B facendo ricorso alla subroutine 10000.

Questa, come già detto, serve a riempire ciascuna matrice con i valori battuti dall'operatore.

Poi si torna alle 1020 e 1030 (che non hanno bisogno di commento), e finalmente con un ciclo FOR NEXT viene costituita la matrice C con la somma dei valori corrispondenti che si trovano in A e B (linea 1050). Man mano che tali risultati sono calcolati, vengono anche stampati grazie al comando della linea 1060.

Il punto e virgola serve per stampare consecutivamente gli elementi di una stessa riga.

Alla fine si ha il salto in 13000 per la richiesta di proseguimento.

La differenza fra matrici (linea 2000) viene ottenuta con lo stesso identico procedimento. Passiamo al prodotto scalare fra matrici.

Siano date per esempio le due matrici

$$A_{2,3} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$B_{3,4} = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Il risultato del loro prodotto scalare è

$$C_{2,4} = A_{2,3} \times B_{3,4}$$

cioè una matrice con 2 righe e 4 colonne (tante righe quante sono quelle del primo fattore e tante colonne quante sono quelle del secondo fattore) i cui elementi si trovano con il procedimento seguente

$$\begin{array}{ccc}
 & & B_{3,4} \\
 & & \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} \\
 & & \begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \\
 \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 1 \end{vmatrix} & \longrightarrow & \begin{vmatrix} 11 & 5 & 9 & 22 \\ 24 & 6 & 8 & 32 \end{vmatrix} \\
 A_{2,3} & & C_{2,4}
 \end{array}$$

$$11 = 3 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1$$

$$5 = 3 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2$$

$$9 = 3 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 3$$

$$22 = 3 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 4$$

$$24 = 5 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 1 \cdot 1$$

$$6 = 5 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 1 \cdot 2$$

$$8 = 5 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 1 \cdot 3$$

$$32 = 5 \cdot 4 + 4 \cdot 2 + 1 \cdot 4$$

Nel nostro esempio il numero di colonne del primo fattore è uguale al numero di righe del secondo fattore.

Se non lo sono occorre modificare una delle due matrici aggiungendo una o più linee di zeri.

Questa operazione non gode della proprietà commutativa.¹

Vediamo ora come questo procedimento viene attuato a partire dalla linea 3000.

Mentre gode della proprietà associativa e di quella distributiva rispetto alla somma.

Dopo aver introdotto il numero di righe e colonne di ciascuna matrice (3010-3060), viene indicato con N il più grande dei numeri C1 (colonne prima matrice) e R2 (righe seconda matrice), nella linea 3080, in modo che il dimensionamento delle due matrici A e B non è

$$A(R_1, C_1) \quad B(R_2, C_2)$$

ma

$$A(R_1, N) \quad B(N, C_2)$$

Altrimenti si avrebbe una segnalazione di errore nella fase di calcolo della

$$C(R_1, C_2)$$

In 3100 viene posto $R = R_1$, e $C = C_1$, e per mezzo della 10000 si ha il riempimento della matrice A.

Poi in 3120 viene posto $R = R_2$ e $C = C_2$ e sempre con la 10000 si ha il riempimento della matrice B.

Si noti il flag H che a seconda del suo valore (1 o 2) serve nella 10000 per riempire alternativamente la matrice A o la B. Infine con due cicli FOR NEXT uno dentro l'altro (3140 ÷ 3190), vengono eseguiti i prodotti e le somme per ottenere C. La 3180 stampa gli elementi di C man mano che sono calcolati.

La matrice trasposta di una data è quella in cui le righe sono invertite con le colonne, e perciò per esempio la trasposta di

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

è la

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Nelle linee 4000 e seguenti viene attuata la trasposizione di una matrice: in 4030 si ha il dimensionamento della matrice A da trasformare, e di quella B trasposta.

In 4050, dopo aver posto il flag H = 2, si ha il riempimento della matrice A per mezzo della subroutine 10000.

Infine con un doppio ciclo FOR NEXT (4090-4120) avviene la trasposizione e la stampa di B.

Non rimane che esaminare le linee 5000 e seguenti per il calcolo delle matrici quadrate.

Onestamente debbo ammettere di non essere riuscito a realizzare un procedimento in Basic che consentisse il calcolo del determinante di una matrice quadrata di ordine qualsiasi, nonostante mi ci sia impegnato seriamente per un paio di giorni.

Ho quindi dovuto ripiegare sul calcolo delle matrici quadrate fino al quarto ordine ottenute semplicemente con il primo teorema di Laplace. In 6010 c'è il calcolo della matrice del secondo ordine, in 7010-7040 quella del terzo ordine e in 8010-8150 quella del quarto ordine.

Non è però difficile calcolare anche le matrici del *quinto ordine* con il teorema di Laplace.

Si abbia per esempio la matrice quadrata

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & -6 & 2 \\ 3 & 1 & 7 & 4 & 5 \\ 6 & 4 & 13 & 3 & 3 \\ 9 & 5 & 20 & 6 & 9 \end{vmatrix}$$

Consideriamo gli elementi della prima riga (2, 1, 3, 5, 4) e i corrispondenti *minori complementari* (cioè le matrici quadrate del quarto ordine che si ottengono di volta in volta nelle restanti quattro righe, cancellando la colonna cui appartiene l'elemento considerato).

Il risultato A della matrice di partenza è

$$\begin{aligned} A = & 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -6 & 2 \\ 1 & 7 & 4 & 5 \\ 4 & 13 & 3 & 3 \\ 5 & 20 & 6 & 9 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & -6 & 2 \\ 3 & 7 & 4 & 5 \\ 6 & 13 & 3 & 3 \\ 9 & 20 & 6 & 9 \end{vmatrix} + \\ & + 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & -6 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 5 \\ 6 & 4 & 3 & 3 \\ 9 & 5 & 6 & 9 \end{vmatrix} - 5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 7 & 5 \\ 6 & 4 & 13 & 3 \\ 9 & 5 & 20 & 9 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -6 \\ 3 & 1 & 7 & 4 \\ 6 & 4 & 13 & 3 \\ 9 & 5 & 20 & 6 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

dove le matrici del quarto ordine possono essere rapidamente calcolate con il nostro programma. Per la cronaca si dovrà ottenere

$$A = -72$$

Si noti che gli elementi della prima riga vanno presi *con segni alternati* cominciando con il segno più.

L'applicazione del teorema di Laplace è però lunga e tediosa. Da un articolo di Mark Walker su *Practical Computing* abbiamo però tratto una interessante routine che permette il calcolo di matrici quadrate di ordine qualsiasi.

```

100 REM COPYRIGHT IN BASIC
110 REM VIA SEZZE 22 LATINA
120 REM TEL. 487631
130 CLR:PRINT"OK"
140 POKE53230,10:POKE53281,3
150 PRINT"    CALCOLO DETERMINANTI DI ORDINE N"
160 FORK=1TO40:PRINT"OK";NEXT
170 INPUT"QUALE ORDINE TI INTERESSA";N
180 DIMA(N+1,N+1)
190 PRINT"OK K -    ORA DAMMI GLI ELEMENTI DELLA"
200 PRINT"MATRICE :":PRINT
210 REM INGRESSO DATI
220 FORJ=1TON:FORK=1TON
230 PRINT:PRINTK"" RIGA E"J"" COLONNA":INPUTA(K,J)
240 NEXTK,J
250 REM VISUALIZZAZIONE MATRICE
260 PRINT"OK"
270 FORK=1TON:FORJ=1TON
280 PRINTA(K,J): ← PRINT A(K,J);
290 NEXTJ:PRINT:NEXTK
300 PRINT"OK MA BENE ?"
310 GETQ$:IFQ$=""THEN310
320 IFQ$="S"THEN350
330 PRINT"OK ALLORA RIDAMMI I DATI CORRETTI"
340 FORK=1TO2000:NEXT:GOTO210
350 REM INIZIO CALCOLO
360 D=1
370 REM SPOSTAMENTO DEL TERMINE MAX DELLA RIGA K SULLA DIAGONALE
380 FORK=1TON
390 R=K:M=A(K,K)
400 FORJ=K+1TON
410 IF A(K,J)<M THEN430
420 M=A(K,J):R=J
430 NEXTJ
440 REM SE E' 0 ALLORA STOP
450 IF M=0 THEN D=0:GOTO660
460 IFR=K THEN540
470 REM IL COEFF. MAX NON E' SULLA DIAGONALE, PERCIO' SCAMBIA LE RIGHE
480 FORJ=1TON
490 M=A(J,K):A(J,K)=A(J,R):A(J,R)=M
500 NEXTJ
510 REM CAMBIO SEGNO DEL DETER. SE LE RIGHE SONO STATE SCAMBIATE
520 D=-D
530 REM ELIMINAZIONE DEL FATTORE DI SCALA
540 D=D*A(K,K)
550 IFK=N THEN660
560 REM DIVISIONE PER RENDERE =1 L'ELEMENTO PIVOT
570 FORH=NTOKSTEP-1
580 A(K,H)=A(K,H)/A(K,K)
590 NEXTH
600 FORH=K+1TON
610 REM GRUPPO DI MOLTIPLICAZIONI PER LA NUOVA RIGA
620 M=-A(H,K)
630 FORJ=KTON
640 A(H,J)=A(H,J)+A(K,J)*M

```

```

650 NEXT J,H,K
660 PRINT"IL VALORE DEL DETERMINANTE E' : "D
670 PRINT"ANCORA ?"
680 GETQ$: IFQ$="" THEN 680
690 IFQ$="S" THEN 130
700 PRINT"OK - CIAO!"

```

Per sommare o sottrarre tra loro due matrici $A(k,j)$ e $B(k,j)$ dello stesso ordine basta utilizzare la routine seguente:

```

100 FOR K=1 TO N
110 FOR J=1 TO N
120 C(K,J)=A(K,J)+B(K,J):REM NEL CASO DELLA SOMMA
130 D(K,J)=A(K,J)-B(K,J):REM NEL CASO DELLA DIFFERENZA
140 NEXT J,K

```

Nel caso del prodotto le due matrici saranno del tipo $A(k,r)$ $B(r,j)$ cioè il numero di colonne della prima deve essere uguale al numero di righe della seconda. Per il calcolo si può applicare la seguente routine:

```

100 FOR K=1 TO N
110 FOR J=1 TO N
120 FOR R=1 TO N
130 P(K,J) = P(K,J) + A(K,R) * B(R,J)
140 NEXT R,J,K

```

Ancora, per ottenere la trasposta di una matrice $A(k,j)$, cioè una matrice uguale alla precedente, ma con righe e colonne scambiate tra loro,

```

100 FOR K=1 TO N
110 FOR J=1 TO N
120 A(K,J) = A(J,K)
130 NEXT J,K

```

Si noti che non è necessario che le matrici trattate siano quadrate (tranne nel caso in cui se ne debba calcolare il determinante).

Per concludere può essere utile un programma (tratto anch'esso da una routine di Mark Walker). Cioè una nuova matrice che moltiplicata per la precedente dia come risultato la matrice identità (si chiama *matrice identità* o *matrice unitaria* una matrice quadrata con tutti gli elementi nulli tranne quelli della diagonale principale, che sono tutti uguali ad 1).

```

100 REM COPYRIGHT IN BASIC
110 REM VIA SEZZE 22 LATINA
120 REM TEL. 487631

```



```

130 CLR:PRINT"J"
140 POKE53280,10:POKE53281,3
150 PRINT"  INVERSIONE DI UNA MATRICE QUADRATA"
160 FORK=1TO40:PRINT"X";NEXT
170 INPUT"QUALE ORDINE TI INTERESSA";N
180 DIMA(N+1,N+1),B(N+1,N+1)
190 PRINT"OK - ORA DAMMI GLI ELEMENTI DELLA"
200 PRINT"MATRICE :":PRINT
210 REM INGRESSO DATI
220 FORK=1TON:FORJ=1TON
230 PRINT:PRINTJ" " RIGA E"K" " COLONNA":INPUTA(K,J)
240 NEXTJ,K
250 REM VISUALIZZAZIONE MATRICE
260 PRINT"J"
270 FORK=1TON:FORJ=1TON
280 PRINTA(J,K);
290 NEXTJ:PRINT:NEXTK
300 PRINT"MA BENE ?"
310 GETQ$:IFQ$=""THEN310
320 IFQ$="S"THEN350
330 PRINT"ALLORA RIDAMMI I DATI CORRETTI"
340 FORK=1TO2000:NEXT:GOTO210
350 REM FORMA LA MATRICE IDENTITA' B
360 FORK=1TON:FORJ=1TON
370 B(K,J)=1-ABS(SGN(K-J))
380 NEXTJ,K
390 FORK=1TON-1
400 IF A(K,K)=0 THEN PRINT"IMPOSSIBILE":GOTO600
410 FORJ=K+1TON
420 M=A(J,K)/A(K,K)
430 FORH=1TON
440 A(J,H)=A(J,H)-M*A(K,H)
450 B(J,H)=B(J,H)-M*B(K,H)
460 NEXTH,J,K
470 REM RETROSOSTITUZIONE IN B
480 FORK=NTO1STEP-1
490 FORH=1TON
FOR J=K+1 TO N → 500 FORJ=1TON
510 B(K,H)=B(K,H)-A(K,J)*B(J,H)
520 NEXTJ
530 B(K,H)=B(K,H)/A(K,K)
540 NEXTH,K
550 REM VISUALIZZAZIONE MATRICE INVERSA
560 PRINT"J"
570 FORK=1TON:FORJ=1TON
580 PRINTA(J,K);
590 NEXTJ:PRINT:NEXTK
600 PRINT"ANCORA ?"
610 GETQ$:IFQ$=""THEN610
620 IFQ$="S"THENRUN
630 PRINT"OK - CIAO !!"

```

CONICHE GENERICHE

Alcuni cenni teorici prima di affrontare il programma.
Un'equazione del tipo

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

è sempre una conica.

Essa è *degenere*, cioè corrisponde ad una coppia di rette, quando la matrice

$$A = \begin{vmatrix} a & \frac{b}{2} & \frac{d}{2} \\ \frac{b}{2} & c & \frac{e}{2} \\ \frac{d}{2} & \frac{e}{2} & f \end{vmatrix} = 0$$

Il tipo di conica è determinato dal segno della matrice

$$B = \begin{vmatrix} a & \frac{b}{2} \\ \frac{b}{2} & c \end{vmatrix} \\ = ac - \frac{b^2}{4} = \frac{4ac - b^2}{4}$$

cioè dal segno della quantità $b^2 - 4ac$ che (per analogia con la formula risolutiva delle equazioni di secondo grado) viene chiamato *discriminante* della conica ed indicato con il simbolo Δ .

Quando $\Delta = b^2 - 4ac$ è positivo la conica è una iperbole, quando $\Delta = 0$ la conica è una parabola, e quando Δ è negativo la conica è una ellisse. In quest'ultimo caso se avviene che

$$\begin{aligned} a &= c \\ b &= 0 \end{aligned}$$

allora si ha la particolare ellisse con i due fuochi coincidenti detta anche *circonferenza*.

Nel caso delle ellissi e delle iperboli il centro di simmetria della conica ha coordinate

$$\begin{aligned} x &= \frac{2dc - be}{\Delta} \\ y &= \frac{2ae - bd}{\Delta} \end{aligned}$$

mentre in ogni caso i coefficienti angolari degli assi della conica si ottengono risolvendo l'equazione di secondo grado

$$bm^2 + 2m(a-c) - b = 0$$

in cui l'incognita è m .

Si noti che nel caso della circonferenza tale equazione è identicamente soddisfatta ed infatti ogni diametro della circonferenza è anche asse di simmetria.

Nel caso della parabola i coefficienti angolari degli assi sono

$$m = \frac{b}{2a}$$

$$m = -\frac{2a}{b}$$

perpendicolari fra loro, come avviene anche per le ellissi ed iperboli, ma solo il secondo corrisponde al vero e proprio asse della parabola. La sua equazione è

$$y = -\frac{2a}{b}x - \frac{2ad+be}{2b(a+c)}$$

(l'altro asse è all'infinito).

Il vertice della parabola può essere ottenuto mettendo a sistema l'equazione dell'asse con quella della conica, e risolvendo.

Se la conica è una iperbole con

$$a = c = 0$$

allora essa corrisponde ad una iperbole equilatera con gli asintoti paralleli agli assi coordinati, e viene anche chiamata *funzione omografica*. Può essere messa sotto la forma

$$y = \frac{-dx-f}{bx+e}$$

ed i suoi asintoti hanno equazione

$$x = -\frac{e}{b}$$

$$y = -\frac{d}{b}$$

Tralascio la trattazione degli asintoti dell'iperbole generica e l'individuazione delle rette che costituiscono le coniche degeneri, altrimenti il programma diventerebbe troppo lungo.

```

10 REM COPYRIGHT IN BASIC
12 REM VIA SEZZE 22 LATINA
14 REM TEL. 487631
20 CLR:PRINT"Z"
25 POKE 53280,10:POKE 53281,3
30 PRINTTAB(10)"CONICHE GENERICHE":GOSUB11000
40 PRINT"UNA GENERICA EQUAZIONE DI 2° GRADO CON"
50 PRINT"DUE INCOGNITE:"
60 PRINT"      2      2"
70 PRINT"      AX +BXY+CY +DX+EY+F=0"
80 PRINT"NCORRISPONDE SEMPRE AD UNA CONICA.":GOSUB11000
90 PRINT"BATTI I COEFFICIENTI ED IO OGNI VOLTA"
100 PRINT"TI CALCOLERO' LE CARATTERISTICHE DELLA"
110 PRINT"CONICA CORRISPONDENTE."
120 GOSUB10000
130 PRINT"CBATTI 0 AL POSTO DEI COEFFICIENTI EVEN-"
140 PRINT"UALMENTE MANCANTI.":GOSUB11000
150 INPUT"A=";A
160 INPUT"AB=";B
170 INPUT"AC=";C
180 INPUT"AD=";D
190 INPUT"AE=";E
200 INPUT"AF=";F
210 PRINT"OK - LA CONICA E' : "
220 D1=A*C*F+B*D*E/4-C*D*D/4-B*B*F/4-A*E*E/4
230 IFD1=0THENPRINTTAB(15)"DEGENERARE":GOTO500
240 PRINTTAB(13)"NON DEGENERARE"
250 D2=B*B-4*A*C
260 IFD2>0THENPRINT"ED E' UNA IPERBOLE.":GOTO300
270 IFD2=0THENPRINT"ED E' UNA PARABOLA.":GOTO300
280 IFA=CANDB=0THENPRINT"ED E' UNA CIRCONFERENZA.":GOTO12000
290 PRINT"ED E' UN'ELLISSE."
300 GOSUB11000:GOSUB13000
310 IFD2<0THEN4000
320 IFD2>0THEN5000
330 GOTO6000
500 REM-RICHIESTA DI CONTINUAZIONE
510 GOSUB11000:PRINT"VUOI PROVARE ANCORA ?"
520 GETA$:IFA$=""THEN520
530 IFA$="S"THEN10
540 PRINT"OK - CIAO!!"
550 END
1000 REM-PARABOLA ASSE ORIZZONTALE
1010 PRINT"LA PARABOLA HA ASSE ORIZZONTALE."
1020 VY=-E/(2*C):VX=-C*VY*VY/D-E*VY/D-F/D
1030 PRINTTAB(8)"M=(\"VX\";\"VY\")"
1040 DD=(E*E-4*C*F)/(D*D):FX=(DD-1)/(4*C/D):DR=(1+DD)/(4*C/D)
1050 PRINTTAB(8)"F=(\"FX\";\"VY\")"
1060 PRINT"LA DIRETTRICE HA EQUAZ. X=\"DR
1070 GOTO500
2000 REM-PARABOLA ASSE VERTICALE
2010 PRINT"LA PARABOLA HA ASSE VERTICALE."
2020 VX=-D/(2*A):VY=-A*VX*VX/E-D*VX/E-F/E
2030 PRINTTAB(8)"M=(\"VX\";\"VY\")"
2040 DD=(D*D-4*A*F)/(E*E):FY=(DD-1)/(4*A/E):DR=(1+DD)/(4*A/E)
2050 PRINTTAB(8)"F=(\"VX\";\"FY\")"
2060 PRINT"LA DIRETTRICE HA EQUAZ. Y=\"DR
2070 GOTO500
3000 REM-FUNZIONE OMOGRAFICA
3010 PRINT"L'IPERBOLE E' EQUILATERA."
3020 IFE=0THENPRINT"UN ASINTOTO COINCIDE CON L'ASSE Y"
3030 IFD=0THENPRINT"UN ASINTOTO COINCIDE CON L'ASSE X"

```

```

3040 AV=-E/B:PRINT"MEQUAZ.ASINTOTO VERTICALE X="AV
3050 AO=-D/B:PRINT"MEQUAZ.ASINTOTO ORIZZONTALE Y="AO
3060 PRINT"COORDINATE CENTRO DI SIMMETRIA : "
3070 PRINTTAB(8)"OC=("AV";"AO")"
3080 GOTO500
4000 REM-ELLISSI GENERICHE
4010 PRINT:GOSUB15000
4020 PRINT:GOSUB16000
4030 GOTO500
5000 REM-IPERBOLI GENERICHE
5010 PRINT:GOSUB15000
5020 PRINT:GOSUB16000
5030 GOTO500
6000 REM-PARABOLE GENERICHE
6010 N1=(A*D*D+B*D*E+C*E*E)/(4*(A+C)^2)
6015 N2=(2*A*D*E+B*E*E)/(2*B*(A+C)):NN=N1-N2+F
6020 DD=(2*A*E-B*D)/B:VX=NN/DD
6025 M=-2*A/B:Q=-((2*A*D+B*E)/(2*B*(A+C)))
6030 VY=M*VX+Q
6040 PRINT"L'ASSE DELLA PARABOLA HA : "
6050 PRINTTAB(5)"M="M"    Q="Q
6060 PRINT"LE COORDINATE DEL VERTICE SONO : "
6070 PRINTTAB(8)"OV=("VX";"VY")"
6080 GOTO500
9999 END
10000 REM-ARRESTO PROGRAMMA
10010 PRINTSPC(11)"(PREMI UN TASTO)"
10020 GETA$:IFA$=""THEN10020
10030 RETURN
11000 REM-LINEA ORIZZONTALE
11010 A$="X=":PRINT:FORK=1TO40:PRINTA$;:NEXTK:PRINT:PRINT:RETURN
12000 REM-CIRCONFERENZA
12010 AL=-D/(2*A):BE=-E/(2*A):R=SQR(AL*AL+BE*BE-F/A)
12020 GOSUB11000
12030 PRINT"LE COORDINATE DEL CENTRO SONO : "
12040 PRINTTAB(8)"OC=("AL";"BE")"
12050 PRINT"IL RAGGIO E' R="R
12060 GOTO500
13000 REM-TEST SITUAZIONI SINGOLARI
13010 IFA=0ANDB=0ANDC=0THENPRINT"L'EQUAZIONE E' UNA RETTA!":GOTO500
13020 IFA=0ANDB=0ANDD2=0THEN1000
13030 IFB=0ANDC=0ANDD2=0THEN2000
13040 IFA=0ANDC=0ANDB<>0THEN3000
13050 RETURN
15000 REM-CALCOLO CENTRO DI SIMMETRIA
15010 CX=(2*D*C-B*E)/D2:CY=(2*A*E-B*D)/D2
15020 PRINT"IL CENTRO DI SIMMETRIA HA COORDINATE : "
15030 PRINTTAB(8)"OC=("CX";"CY")"
15040 RETURN
16000 REM-CALCOLO COEFF.ANGOLARI ASSI
16010 PRINT"COEFF.ANGOLARI DEGLI ASSI SONO : "
16020 IFB=0THENPRINTTAB(8)"M=INFINITO"    M=0:RETURN
16030 M1=(C-A+SQR(A*A-2*A*C+C*C+B*B))/B
16040 M2=(C-A-SQR(A*A-2*A*C+C*C+B*B))/B
16050 PRINTTAB(3)"M1="M1"    M2="M2
16060 RETURN

```

Fino alla linea 200 c'è la parte descrittiva iniziale (la subroutine 10000 serve a bloccare il programma in attesa che venga battuto un tasto qualsiasi).

Ricevuti i valori dei sei coefficienti a, b, c, d, e, f , in 220 viene calcolato il determinante A (indicato con la variabile D1) per stabilire se la conica è *degenere* o *non degenere*, e in quest'ultimo caso si salta in 500 per la richiesta di continuazione. Se invece la conica non è degenere, in 250 viene calcolato il suo discriminante Δ (indicato con la variabile D2).

Nelle linee 260-290 viene stabilito il tipo di conica a seconda del segno di D2, e nel caso sia una circonferenza si va nella subroutine 12000 dove, dopo la determinazione delle coordinate del centro e del raggio, si ritorna in 500 per la richiesta di proseguimento.

La subroutine 11000 serve a stampare le barre orizzontali che delimitano le caratteristiche calcolate per ogni conica.

Dopo la determinazione del tipo, la subroutine 13000 effettua un test per controllare se la conica è di tipo particolare.

E precisamente:

Linea 13020 = la conica è del tipo

$$x = -\frac{cy^2}{d} - \frac{e}{d}y - \frac{f}{d}$$

cioè è una parabola con asse orizzontale.

Linea 13030 = la conica è del tipo

$$y = -\frac{ax^2}{e} - \frac{dx}{e} - \frac{f}{e}$$

cioè è una parabola con asse verticale.

Linea 13040 = la conica è del tipo

$$y = \frac{-dx-f}{bx+e}$$

e quindi, come si è visto, è una funzione omografica.

In tali casi il programma salta rispettivamente alle linee 1000, 2000, 3000, dove, determinate le caratteristiche salienti, si ha il rinvio alla linea 500 per la solita richiesta di continuazione.

Se non ci sono situazioni singolari, nella 13050 si ha il RETURN, con relativo salto indietro alla linea 300.

A questo punto, a seconda del valore del discriminante D2 si ha lo smistamento in 4000 (ellissi generiche), in 5000 (iperboli generiche) o in 6000 (parabole generiche).

Sia per le ellissi che per le iperboli viene prima calcolato il centro di simmetria (subroutine 15000) e poi il coefficiente angolare degli assi (subroutine 16000).

Nella linea 16020 viene preso in considerazione il caso particolare in cui

il coefficiente b della conica è nullo, perché altrimenti nelle linee successive si avrebbe una divisione per zero. Infine in 6000-6080 si ha il calcolo dell'asse della parabola e del suo vertice.

Fisica

Nel primo capitolo abbiamo toccato con una rapida carrellata alcuni argomenti di matematica.

Essi costituiscono solo un esempio di come un personal computer possa essere utilizzato anche per scopi didattici.

Purtroppo la scuola italiana ignora completamente nei propri programmi l'esistenza teorica (e tanto meno pratica) degli elaboratori come sussidi didattici.

Il massimo sforzo innovativo fu compiuto anni fa con il progetto di riforma delle scuole secondarie, in cui si prevedeva per l'indirizzo scientifico nientemeno che la trattazione dei sistemi di numerazione binaria ed esadecimale.

Ma anche questa rivoluzionaria modernizzazione è naufragata nel nulla e, come è ben noto, la proposta è rimasta tale ed è stata riposta in un cassetto.

Un personal costa più o meno come un galvanometro, ed anche il modesto bilancio di una scuola potrebbe prevederne l'acquisto.

Esso, come vedremo, può essere utilizzato come sussidio anche per altre discipline oltre la matematica.

So per esperienza personale che gli studenti (almeno la maggior parte di essi) giudicherebbe stimolante ed interessante la possibilità di imparare il linguaggio Basic (o il Pascal), e di lavorare ogni tanto con un computer. Alcuni argomenti di studio potrebbero essere ulteriormente approfonditi realizzando collettivamente un programma applicativo dell'argomento studiato.

Occupiamoci ora di alcuni programmi aventi per oggetto la fisica.

UNITÀ DI MISURA

```

10 REM COPYRIGHT IN BASIC
12 REM VIA SEZZE 22 LATINA
14 REM TEL. 487631
16 POKE 53280,10: POKE 53281,3
20 CLR:PRINT"X"
30 PRINT"X TRASFORMAZIONE DELLE UNITA' DI MISURA"
40 PRINT:PRINT:FORK=1TO40:PRINT"X":NEXTK
50 PRINT"X CHE TIPO DI TRASFORMAZIONE TI INTERESSA:"
60 PRINT"1- LUNGHEZZA"
70 PRINT"2- TEMPO"
80 PRINT"3- VELOCITA'"
90 PRINT"4- ACCELERAZIONE"
100 PRINT"5- FORZA"
110 PRINT"6- ENERGIA (O LAVORO)"
120 PRINT"7- POTENZA"
130 PRINT"X BATTI IL NUMERO SCELTO"
140 GETA$:IFA$=""THEN140
150 A=VAL(A$):IFA>7THEN140
160 ONAGOTO1000,2000,3000,4000,5000,6000,7000
170 GOTO140
1000 REM-LUNGHEZZE
1010 DIML(7,7)
1020 FORK=1TO7:FORJ=1TO7
1030 READL(K,J)
1040 NEXTJ:NEXTK
1050 GOSUB10000
1060 PRINT"X 1-METRI"
1070 PRINT" 2-MIGLIA"
1080 PRINT" 3-POLLICI (INCHES)"
1090 PRINT" 4-PIEDI (FEET)"
1100 PRINT" 5-YARDE"
1110 PRINT" 6-MIGLIA MARINE"
1120 PRINT" 7-ANNI LUCE"
1130 GOSUB10100
1160 GOSUB10200
1170 R=D*L(A,B)
1180 PRINT"X IL RISULTATO E'="R
1190 GOSUB10300
1200 GOTO1050
2000 REM-TEMPI
2005 FORH=1TO49:READZ:NEXTH
2010 DIMT(5,5)
2020 FORK=1TO5:FORJ=1TO5
2030 READT(K,J)
2040 NEXTJ:NEXTK
2050 GOSUB10000
2060 PRINT"X 1-SECONDI"
2070 PRINT" 2-MINUTI"
2080 PRINT" 3-ORE"
2090 PRINT" 4-GIORNI"
2100 PRINT" 5-ANNI"
2110 GOSUB10100
2120 GOSUB10200
2130 R=D*T(A,B)
2140 PRINT"X IL RISULTATO E'="R

```

```
2150 GOSUB10300
2160 GOTO2050
3000 REM-VELOCITA'
3010 FORH=1T074:READZ:NEXTH
3020 DIMV(4,4)
3030 FORK=1T04:FORJ=1T04
3040 READV(K,J)
3050 NEXTJ:NEXTK
3060 GOSUB10000
3070 PRINT"### 1-CM/SEC"
3080 PRINT"  2-M/SEC"
3090 PRINT"  3-KM/H"
3100 PRINT"  4-NODI"
3110 GOSUB10100
3120 GOSUB10200
3130 R=D*V(A,B)
3140 PRINT"NIL RISULTATO E'="R
3150 GOSUB10300
3160 GOTO3060
4000 REM-ACCELERAZIONI
4010 FORH=1T090:READZ:NEXTH
4020 DIMA(3,3)
4030 FORK=1T03:FORJ=1T03
4040 READA(K,J)
4050 NEXTJ:NEXTK
4060 GOSUB10000
4070 PRINT"### 1-M/SEC PER SECONDO"
4080 PRINT"  2-KM/H PER ORA"
4090 PRINT"  3-KM/H PER SECONDO"
4100 GOSUB10100
4110 GOSUB10200
4120 R=D*A(A,B)
4130 PRINT"NIL RISULTATO E'="R
4140 GOSUB10300
4150 GOTO4060
5000 REM-FORZE
5010 FORH=1T099:READZ:NEXTH
5020 DIMF(5,5)
5030 FORK=1T05:FORJ=1T05
5040 READF(K,J)
5050 NEXTJ:NEXTK
5060 GOSUB10000
5070 PRINT"### 1-DINA"
5080 PRINT"  2-NEWTON"
5090 PRINT"  3-KG(PESO)"
5100 PRINT"  4-LIBBRA"
5110 PRINT"  5-ONCIA"
5120 GOSUB10100
5130 GOSUB10200
5140 R=D*F(A,B)
5150 PRINT"NIL RISULTATO E'="R
5160 GOSUB10300
5170 GOTO5060
6000 REM-ENERGIA
6010 FORH=1T0124:READZ:NEXTH
6020 DIME(6,6)
6030 FORK=1T06:FORJ=1T06
6040 READE(K,J)
6050 NEXTJ:NEXTK
6060 GOSUB10000
6070 PRINT"### 1-ERG"
```

```

6080 PRINT" 2-JOULE"
6090 PRINT" 3-KILOGRAMMETRI"
6100 PRINT" 4-CALORIA"
6110 PRINT" 5-KILOWATTORA"
6120 PRINT" 6-ELETRONVOLT"
6130 GOSUB10100
6140 GOSUB10200
6150 R=D#E(A,B)
6160 PRINT"NIL RISULTATO E'="R
6170 GOSUB10300
6180 GOTO6060
7000 REM-POTENZA
7010 FORH=1TO160:READZ:NEXTH
7020 DIMP(4,4)
7030 FORK=1TO4:FORJ=1TO4
7040 READP(K,J)
7050 NEXTJ:NEXTK
7060 GOSUB10000
7070 PRINT"00 1-ERG/SEC"
7080 PRINT" 2-WATT"
7090 PRINT" 3-HP"
7100 PRINT" 4-CAL/SEC"
7110 GOSUB10100
7120 GOSUB10200
7130 R=D#P(A,B)
7140 PRINT"NIL RISULTATO E'="R
7150 GOSUB10300
7160 GOTO7060
8000 END
10000 PRINT"SONO DISPONIBILI LE SEGUENTI UNITA' ":RETURN
10100 PRINT"00BATTI IL NUMERO CORRISPONDENTE ALL'UNI-"
10110 PRINT"TA' DI PARTENZA -> ";
10120 GETA$:IFA$=""THEN10120
10125 PRINTA$
10130 PRINT"0E QUELLO CORRISPONDENTE ALL'UNITA' AL-"
10140 PRINT"LA QUALE DESIDERI ARRIVARE -> ";
10150 GETB$:IFB$=""THEN10150
10155 PRINTB$
10160 A=VAL(A$):B=VAL(B$)
10165 IFA>7ORB>7THENGOTO1000
10170 RETURN
10200 REM-RICHIESTA DATO DA TRASFORMARE
10210 INPUT"0DATO DA TRASFORMARE =";D
10220 RETURN
10300 REM-RICHIESTA DI CONTINUAZIONE
10310 PRINT"0ANCORA ?"
10320 GETA$:IFA$=""THEN10320
10330 IFA$="S"THENRETURN
10340 PRINT"0CAMBIO TIPO DI TRASFORMAZIONE ?"
10350 GETA$:IFA$=""THEN10350
10360 IFA$="S"THEN10
10370 PRINT"0OK - CIAO!!"
10375 END
10380 END
20000 DATA1,6.2E-4,39.4,3.28,1.094,5.4E-4,1.06E-16,1609,1,6.37E6,5291
20010 DATA1764,.87,1.7E-13,.025,1.57E-7,1,8.3E-2,2.8E-2,7.7E-5,2.7E-18
20020 DATA.385,1.89E-4,12,1,.333,1.64E-4,3.2E-17,.914,5.67E-4,36,3,1
20030 DATA4.93E-4,9.6E-17,1853,1,1494,1.3E4,6098,2027,1,1.96E-13,9.4E15
20040 DATA5.8E12,3.7E17,3.1E16,1E16,5.1E12,1,1,.016667,2.78E-4,1,16E-5
20050 DATA3.17E-8,60,1,.016,6.9E-4,1.9E-6,3600,60,1,.0417,1,14E-4,86400
20060 DATA1440,24,1,.00274,3.15E-7,5.26E-5,8760,365,1,1,.01,.036,.0194,100
20070 DATA1,3.6,1.94,27.78,.278,1,.5397,51.48,.515,1.853,1,1,12960,3.6

```

```

20080 DATA7.7E-5,1,2.78E-4,.278,3600,1,1,1E-5,1.02E-6,2.25E-6,3.61E-5
20090 DATA1E5,1,.102,.225,3.61,9.8E5,9.8,1,2,2,35,34,4.45E5,4.45,.454,1
20100 DATA16.04,2.77E4,.277,28.3E-3,.0623,1,1,1E-7,1.02E-8,2.39E-8
20110 DATA2.78E-14,6.29E11,1E7,1,.102,.239,2.78E-7,6.28E-18,9.8E7
20120 DATA9.8,1,2.343,2.72E-6,6.2E19,4.19E7,4.19,.4265,1,1,1.6E-6,2.6E19
20130 DATA3.6E16,3.6E6,3.67E5,8.6E5,1,2.3E25,1.59E-12,1.59E-19,1.62E-20
20140 DATA3.8E-20,4.4E-26,1,1,1E-7,1.36E-10,2.39E-8,1E7,1,1.36E-3,.239
20150 DATA7.36E9,735.5,1,178,4.19E7,4.19,5.62E-3,1

```

Quasi tutte le richieste impiegano l'istruzione GET invece dell'INPUT, in modo da eliminare l'uso del tasto di RETURN e rendere più pratico lo scorrimento del programma.

Fino alla linea 140 si ha la stampa del "menù" disponibile, consistente in sette diversi tipi di trasformazione.

In ciascuna delle sette scelte possibili il programma segue sempre lo stesso criterio, ed è quindi sufficiente analizzarne una sola: per le altre tutto va allo stesso modo.

Le tabelle di trasformazione che ho utilizzato sono le seguenti:

LUNGHEZZE

	metro	miglio	inch	foot	yard	miglio marino	anno luce
metro	1	$6,2 \cdot 10^{-4}$	39,4	3,28	1,094	$5,4 \cdot 10^{-4}$	$1,06 \cdot 10^{-16}$
miglio	1609	1	$6,37 \cdot 10^6$	5291	1764	0,87	$1,7 \cdot 10^{-13}$
inch	0,0254	$1,57 \cdot 10^{-7}$	1	$8,3 \cdot 10^{-2}$	$2,8 \cdot 10^{-2}$	$7,7 \cdot 10^{-5}$	$2,7 \cdot 10^{-18}$
foot	0,305	$1,89 \cdot 10^{-4}$	12	1	0,333	$1,64 \cdot 10^{-4}$	$3,2 \cdot 10^{-17}$
yard	0,914	$5,67 \cdot 10^{-4}$	36	3	1	$4,93 \cdot 10^{-4}$	$9,6 \cdot 10^{-17}$
miglio marino	1853	1,149	$1,3 \cdot 10^4$	6098	2027	1	$1,96 \cdot 10^{-13}$
anno luce	$9,4 \cdot 10^{15}$	$5,8 \cdot 10^{12}$	$3,1 \cdot 10^{17}$	$3,1 \cdot 10^{16}$	10^{16}	$5,1 \cdot 10^{12}$	1

TEMPI

	secondi	minuti	ore	giorni	anni
secondi	1	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$2,78 \cdot 10^{-4}$	$1,16 \cdot 10^{-5}$	$3,17 \cdot 10^{-8}$
minuti	60	1	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$6,9 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-6}$
ore	3600	60	1	0,0417	$1,14 \cdot 10^{-4}$
giorni	86400	1440	24	1	$2,74 \cdot 10^{-3}$
anni	$3,15 \cdot 10^{-7}$	$5,26 \cdot 10^{-5}$	8760	365	1

VELOCITÀ

	cm/sec	/sec	km/h	nodi
cm/sec	1	10^{-2}	0,036	$1,94 \cdot 10^{-2}$
m/sec	10^2	1	3,6	1,94
km/h	27,78	0,2778	1	0,5397
nodi	51,48	0,5148	1,853	1

ACCELERAZIONI

	m/sec ²	km/h ²	km/h per sec.
m/sec ²	1	12960	3,6
km/h ²	$7,7 \cdot 10^{-5}$	1	$2,78 \cdot 10^{-4}$
km/h per sec.	0,278	3600	1

FORZE

	dina	newton	Kgp	libbra	oncia
dina	1	10^{-5}	$1,02 \cdot 10^{-6}$	$2,25 \cdot 10^{-6}$	$3,61 \cdot 10^{-5}$
newton	10^5	1	0,102	0,225	3,61
Kgp	$9,8 \cdot 10^5$	9,8	1	2,2	35,34
libbra	$4,45 \cdot 10^5$	4,45	0,454	1	16,04
oncia	$2,77 \cdot 10^4$	0,277	$28,3 \cdot 10^{-3}$	$6,23 \cdot 10^{-2}$	1

ENERGIA

	erg	joule	kgm	cal	kWh	eV
erg	1	10^{-7}	$1,02 \cdot 10^{-8}$	$2,39 \cdot 10^{-8}$	$2,78 \cdot 10^{-14}$	$6,29 \cdot 10^{-11}$
joule	10^7	1	0,102	0,239	$2,78 \cdot 10^{-7}$	$6,28 \cdot 10^{-18}$
kgm	$9,8 \cdot 10^7$	9,8	1	2,343	$2,72 \cdot 10^{-6}$	$6,2 \cdot 10^{19}$
Cal	$4,19 \cdot 10^7$	4,19	0,4265	1	$1,16 \cdot 10^{-6}$	$2,6 \cdot 10^{19}$
kWh	$3,6 \cdot 10^{13}$	$3,6 \cdot 10^6$	$3,63 \cdot 10^5$	$8,6 \cdot 10^5$	1	$2,3 \cdot 10^{25}$
eV	$1,59 \cdot 10^{-12}$	$1,59 \cdot 10^{-19}$	$1,62 \cdot 10^{-20}$	$3,7 \cdot 10^{-20}$	$4,4 \cdot 10^{-26}$	1

POTENZA

	erg/sec	W	Hp	Cal/sec
erg/sec	1	10^{-7}	$1,36 \cdot 10^{-10}$	$2,39 \cdot 10^{-8}$
W	10^7	1	$1,36 \cdot 10^{-3}$	0,239
Hp	$7,355 \cdot 10^9$	735,5	1	178
Cal/sec	$4,19 \cdot 10^7$	4,19	$5,62 \cdot 10^{-3}$	1

I fattori di trasformazione contenuti nelle tabelle sono stati ordinatamente riportati nei DATA alle linee 20000-20150. Nelle linee 150-220, a seconda del tasto premuto si ha l'invio alle zone di programma interessate.

Se per errore si preme un tasto diverso da quelli previsti, il GOTO 140 riporta indietro il programma che in questo modo accetta solo le risposte previste.

Analizziamo per esempio la routine 5000 riguardante le forze.

Nella linea 5010 vengono letti i primi 99 DATA e immagazzinati nella variabile Z (che non verrà utilizzata ed ha il solo scopo di eliminare i DATA precedenti a quelli che interessano).

Poi in 5020 c'è il dimensionamento della variabile con due indici corrispondente alla matrice quadrata dei valori contenuti nella tabella di trasformazione delle forze.

Le variabili con indici sono dimensionate una alla volta in ciascuna routine, anziché tutte insieme all'inizio del programma, perché in questo modo si ha un consistente risparmio di memoria.

Nelle linee 5030-5050 si ha il riempimento della matrice F con i valori dei DATA, con due cicli FOR NEXT uno dentro l'altro (K è l'indice di colonna e J quello di riga). Si passa poi alla subroutine 10000 che stampa semplicemente una stringa esplicativa.

Le linee 5070-5110 stampano quindi i nomi delle unità che è possibile trasformare, e le subroutine 10100 e 10200 richiedono all'operatore qual è l'unità di misura di partenza e quale quella di arrivo.

Anche questi dati vengono accettati con l'istruzione GET, e corrispondono rispettivamente ad A\$ e B\$.

Prima del RETURN esse vengono trasformate in A e B (variabili numeriche e non più di stringa).

Individuate le posizioni A e B della tabella, a questo punto la variabile F(A,B) corrisponde al fattore di conversione che deve essere impiegato. Nella linea 10210, in precedenza, era stato anche richiesto¹ il valore D del dato che deve essere trasformato.

Siamo ora alla linea 5140 che calcola il risultato R cercato, con una semplice moltiplicazione.

Nella linea successiva viene stampato il risultato, e si ha l'invio alla subroutine 10300 per la richiesta di continuazione. Di qui se si vuole continuare nello stesso tipo di trasformazione, si ha il RETURN e poi dalla 5170 il rinvio alla 5060 dove si ripete il procedimento.

Se non si vuole continuare, viene proposto il cambiamento di tipo di trasformazione e, in caso di risposta affermativa, si ha il ritorno alla linea 10 dove il CRL impedisce il ridimensionamento eventuale di una variabi-

¹Con una istruzione INPUT, altrimenti il dato da trasformare dovrebbe essere costituito da un solo carattere.

le con indice già usata, ed evita la necessità di ordinare un RESTORE per rimemorizzare i DATA.

Come già accennato, le altre routine funzionano allo stesso modo.

TEORIA DEGLI ERRORI

```

5 REM COPYRIGHT IN BASIC
6 REM VIA SEZZE 22 LATINA
7 REM TEL. 487631
8 CLR:PRINT"74"
9 POKE53280,10:POKE53281,3
10 DIMA(60),B(60)
11 PRINTTAB(10)"TEORIA DEGLI ERRORI"
12 FORK=1TO40:PRINT"■";NEXT
20 PRINT"EFFETTUANDO DIVERSE VOLTE LA MISURA DI"
30 PRINT"UNO STESSO FENOMENO FISICO CON UNO"
40 PRINT"STRUMENTO SUFFICIENTEMENTE SENSIBILE,"
50 PRINT"SI OTTIENE UNA SERIE DI VALORI NUMERICI"
60 PRINT"GENERALMENTE DIVERSI FRA LORO."
70 PRINT"OSUPPONIAMO DI ESEGUIRE 50 LETTURE CONSE"
80 PRINT"CUTIVE DELLA DURATA DI UNO STESSO FENO-"
90 PRINT"MINO CON UN CRONOMETRO MOLTO SENSIBILE."
100 PRINT"ORA ELABORERO' CASUALMENTE TALE SERIE"
110 PRINT"DI LETTURE."
120 GOSUB10000
140 PRINT"UN ATTIMO DI PAZIENZA:"
150 PRINT:FORK=0TO59
160 A(K)=RND(TI):A(K)=INT(A(K)*1000):A(K)=A(K)/1000:NEXTK
170 FORK=0TO59STEP4
180 FORJ=0TO3:PRINTA(K+J);"SEC",
190 NEXTJ:NEXTK
200 GOSUB10000
210 PRINT"E' IMPOSSIBILE STABILIRE QUALE DI TALI"
220 PRINT"LETTURE SIA QUELLA ESATTA (AMMESSO CHE"
230 PRINT"CI SIA)."
240 PRINT"DEL RESTO L'INSIEME DELLE 60 LETTURE"
250 PRINT"E' SENZ'ALTRO PIU' SIGNIFICATIVO DI UNA"
260 PRINT"LETTURA SINGOLA."
270 PRINT"IL VALORE PIU' PROBABILE, PIU' VICINO A"
280 PRINT"QUELLO VERO E' LA MEDIA ARITMETICA"
290 PRINT"CHE SI OTTIENE SOMMANDO LE 60 LETTURE"
300 PRINT"E DIVIDENDO IL RISULTATO PER 60"
310 PRINT"INELL'ISTANTE IN CUI PREMI UN TASTO, IO"
320 PRINT"CON COMODITA' MI CALCOLERO' IL VALORE"
330 PRINT"DI TALE MEDIA."
340 GOSUB10000
350 PRINT"LA MEDIA ARITMETICA E':"
360 FORK=0TO59
370 M=M+A(K)
380 NEXTK
385 R=M/60:R=INT(R*10000):R=R/10000
390 PRINTTAB(10)"MEDIA=";R
400 PRINT"LE DIFFERENZE FRA QUESTA MEDIA ED OGNI"
410 PRINT"SINGOLA LETTURA VENGONO DETTE"
420 PRINTTAB(9)"SCARTI DALLA MEDIA"
430 PRINT"ORA CALCOLO TUTTI GLI SCARTI:"
440 GOSUB10000
470 FORK=0TO59STEP4

```



```

480 FORJ=0TO3:B(K+J)=R-A(K+J):B(K+J)=INT(B(K+J)*10000)
485 B(K+J)=B(K+J)/10000
490 PRINTB(K+J),:NEXTJ:NEXTK
500 PRINT"ORA SUDDIVIDO L'INTERVALLO FRA LO"
510 PRINT"SCARTO PIU' BASSO E QUELLO PIU' ALTO IN"
520 PRINT"DIECI PARTI, E CONTO QUANTI SCARTI CI"
530 PRINT"SONO IN CIASCUN INTERVALLO."
540 GOSUB10000
560 PRINT"ATTENDERE, PREGO":FORK=0TO59
570 IFB(K)<-.8ANDB(K)>-.1THENN(0)=N(0)+1
580 IFB(K)<-.6ANDB(K)>-.8THENN(1)=N(1)+1
590 IFB(K)<-.4ANDB(K)>-.6THENN(2)=N(2)+1
600 IFB(K)<-.2ANDB(K)>-.4THENN(3)=N(3)+1
610 IFB(K)<0ANDB(K)>-.2THENN(4)=N(4)+1
620 IFB(K)<.2ANDB(K)>0THENN(5)=N(5)+1
630 IFB(K)<.4ANDB(K)>.2THENN(6)=N(6)+1
640 IFB(K)<.6ANDB(K)>.4THENN(7)=N(7)+1
650 IFB(K)<.8ANDB(K)>.6THENN(8)=N(8)+1
660 IFB(K)<1ANDB(K)>.8THENN(9)=N(9)+1
670 NEXTK
680 PRINT"FR -1 E -.8 CI SONO";N(0);"SCARTI"
690 PRINT"FR -.8 E -.6 CE NE SONO";N(1)
700 PRINT"FR -.6 E -.4 CE NE SONO";N(2)
710 PRINT"FR -.4 E -.2 CE NE SONO";N(3)
720 PRINT"FR -.2 E 0 CE NE SONO";N(4)
730 PRINT"FR 0 E .2 CE NE SONO";N(5)
740 PRINT"FR .2 E .4 CE NE SONO";N(6)
750 PRINT"FR .4 E .6 CE NE SONO";N(7)
760 PRINT"FR .6 E .8 CE NE SONO";N(8)
770 PRINT"FR .8 E 1 CE NE SONO";N(9)
780 PRINT"COME PUOI NOTARE GLI SCARTI NON SONO"
790 PRINT"DISTRIBUITI A CASO, MA SI ADDENSANO"
800 PRINT"INTORNO ALLO SCARTO Nullo, CORRISPON-"
810 PRINT"DENTE ALLA MEDIA ARITMETICA."
820 PRINT"E' PER QUESTA RAGIONE CHE LA MEDIA"
830 PRINT"VIENE CONSIDERATA IL VALORE PIU'"
840 PRINT"PROBABILMENTE VICINO AL VERO DI TUTTA"
850 PRINT"LA SERIE DI MISURE."
860 GOSUB10000
880 PRINT"L'ISTOGRAMMA CON I DATI FINORA"
890 PRINT"ELABORATI E' IL SEGUENTE:"
920 GOSUB10000
925 PRINTTAB(20)"NUM. SCARTI"
930 FORK=1TO30:POKE56180+K,0
935 POKE1908+K,114:NEXTK
940 FORK=0TO9:IFN(K)=0THEN970
945 FORJ=0TON(K)
950 POKE56141+3*K-40*J,10
955 POKE1869+3*K-40*J,102
960 NEXTJ
970 NEXTK
980 PRINT"SC.NEGAT.      ↑ M.ARITH. SC.POSIT. ";
985 FORK=1TO20:POKE56195-40*K,0
987 POKE1923-40*K,115:NEXTK
990 PRINT" ";
1000 GOSUB10020
1010 PRINT"LA CURVA HA EQUAZIONE:"
1020 PRINTTAB(9)"      2 2"
1030 PRINTTAB(9)"      -H X"
1040 PRINTTAB(9)"      H E"
1050 PRINTTAB(9)" Y=—"
1060 PRINTTAB(9)"      √"

```

```

1070 PRINTTAB(9)"      π"
1080 GOSUB10000
1100 PRINT"DOVE X E Y SONO GLI ASSI CHE COMPIONO"
1110 PRINT"NELL'ISTOGRAMMA,ED H UN PARAMETRO CHE"
1120 PRINT"INDICA DI QUANTO E'SCHIACCIATA LA CURVA"
1130 PRINT"INTORNO AL VALORE MEDIO."
1135 PRINT"OH VIENE DETTA COSTANTE DI PRECISIONE."
1140 PRINT"PIU'ALTO E' H,PIU'SOTTILE E' LA CAMPANA,"
1150 PRINT"E PIU'PICCOLO E' L'ERRORE ESISTENTE FRA"
1160 PRINT"LA MEDIA E IL VALORE VERO DELLA MISURA"
1170 PRINT"CHE SI VOLEVA ESEGUIRE."
1172 PRINT"SE IL NUMERO DI LETTURE FOSSE STATO"
1174 PRINT"MOLTO PIU'ELEVATO DI 60,LA CURVA A"
1176 PRINT"CAMPANA SAREBBE STATA MOLTO PIU'NETTA"
1178 PRINT"E REGOLARE."
1180 PRINT"LA CURVA SI CHIAMA CURVA DI GAUSS"
1190 GOSUB10000
1200 PRINT"VUOI RIVEDERE L'ISTOGRAMMA ?"
1210 GETA$:IFA$=""THEN1210
1220 IFA$="S"THENPRINT"OK":GOTO925
1230 PRINT"VUOI RIVEDERE TUTTO IL PROGRAMMA ?"
1240 GETA$:IFA$=""THEN1240
1250 IFA$="S"THEN5
1260 PRINT"OK - CIAO!!"
1265 END
1270 END
10000 REM-ATTESA
10010 PRINTTAB(11)"(PREMI UN TASTO)"
10020 GETA$:IFA$=""THEN10020
10030 PRINT"OK":RETURN

```

La trattazione didattica della teoria degli errori, pur non essendo semplicissima, non è neanche troppo complicata.

Questo programma potrebbe ottimamente servire come sussidio in grado di fornire dei validi esempi applicativi.

Dopo una breve introduzione esplicativa, alla linea 160 vengono elaborati 60 valori casuali compresi tra 0 ed 1.

Nella stessa linea ciascuno di tali valori $A(K)$ viene moltiplicato per mille, e dopo aver considerato la sola parte intera il risultato viene ancora diviso per mille.

In questo modo vengono eliminate tutte le cifre decimali oltre la terza. Questi 60 valori casuali $A(K)$ così generati, rappresentano la simulazione della lettura di un intervallo di tempo effettuata 60 volte consecutivamente.

Il programma si propone di mostrare come un certo numero di letture fornisca molte più informazioni di una lettura singola, ed offra la possibilità di determinare un risultato (la media aritmetica) molto più attendibile di quello espresso da una sola lettura.

È inoltre possibile determinare una stima abbastanza raffinata del probabile errore commesso sul risultato.

Non occorrono particolari delucidazioni sul programma che è quasi completamente realizzato in forma discorsiva.

L'unica subroutine è la 10000 che ha lo scopo di arrestare lo scorrimento per consentire all'operatore di leggere lo schermo.

Nelle linee 360-385 viene calcolata la media aritmetica R (con una cifra decimale in più rispetto alle letture singole).

Poi vengono calcolati gli *scarti*, cioè per ciascuna lettura si determina la differenza

$$R - A(K)$$

e il risultato di ogni differenza (che può essere positiva o negativa) va a formare l'insieme dei 60 scarti indicati con $B(K)$.

I due cicli FOR NEXT uno dentro l'altro nelle linee 470-490 servono per stampare questi 60 scarti in un'unica tabella costituita da 15 righe e 4 colonne.

Successivamente (linee 560-670) l'intervallo fra -1 ed 1 viene suddiviso in 10 parti uguali¹ e vengono contati gli scarti contenuti in ciascun intervallo.

I valori $N(0)$, $N(1)$, ..., $N(9)$ rappresentano appunto il numero di scarti presenti in ogni intervallino, al termine del ciclo FOR NEXT.

Questi valori vengono quindi stampati alle linee 680-770.

Sessanta letture sono poche per portare avanti un discorso statistico ri-

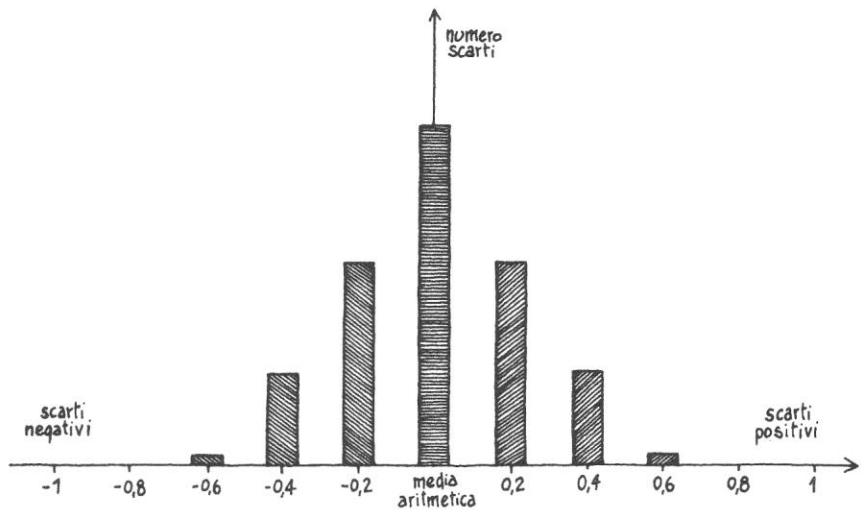


Figura 10

¹Le letture simulate hanno valori compresi fra 0 e 1, ma gli scarti (che possono essere positivi o negativi) vanno da -1 ad 1 .

goroso, ma sono sufficienti per cominciare a vedere che gli intervalli centrali sono molto più popolati di quelli periferici.

Il massimo popolamento si avrà in corrispondenza del valore medio R . Questa caratteristica è evidenziata dall'esecuzione di un istogramma mettendo in ascissa i singoli intervallini e in ordinata il numero di scarti presenti in ciascuno di essi.

L'istogramma viene eseguito con le istruzioni POKE nelle linee 925 ÷ 990. Se l'intervallino considerato non ha alcuno scarto, la seconda istruzione della linea 940 gli fa saltare il ciclo J di stampa della colonnina.

Pur essendo grossolano a causa del limitato numero di letture, l'istogramma ha già una forma caratteristica "a campana" che permette di generalizzare il discorso e introdurre la funzione di Gauss

$$y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2}$$

dove x ed y corrispondono agli assi dell'istogramma di figura 10.

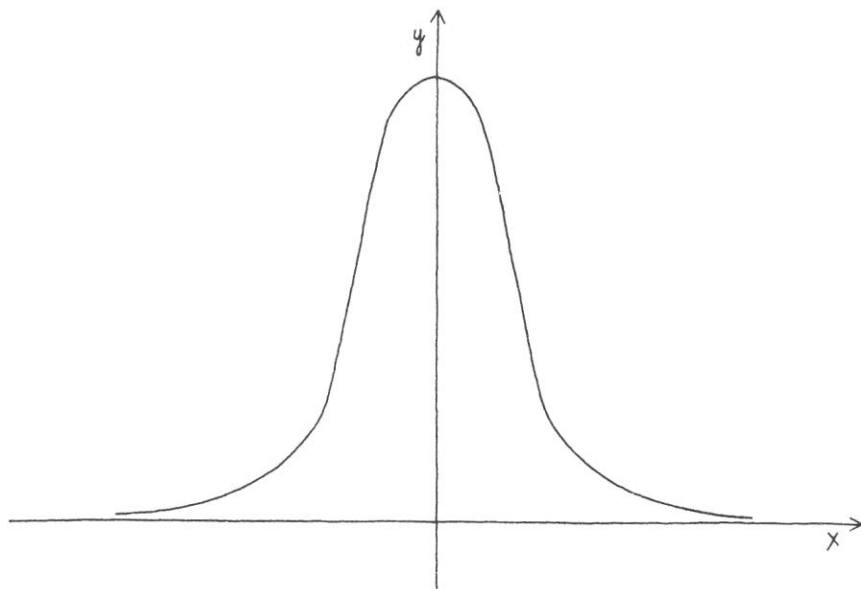


Figura 11

Il parametro h viene detto *costante di precisione*, in quanto più basso è il suo valore, più stretta è la campana, minore è lo "sparpagliamento" delle letture intorno alla media, e quindi più piccolo l'errore probabilmente commesso nel considerare R come risultato della misura.

Il programma finisce a questo punto con la richiesta di rivedere l'istogramma o di eseguire l'elaborazione di una nuova serie di dati.

Potrebbe essere completato dal lettore con il calcolo di h che corrisponde a

$$h = \frac{1}{\mu\sqrt{2}}$$

dove μ è lo *scarto quadratico medio*, che a sua volta è dato dalla formula

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum_K B^2(K)}{N}}$$

cioè dalla radice quadrata della somma dei quadrati degli scarti, diviso il numero N di scarti complessivi.

Il dimensionamento delle variabili con indice $A(K)$ e $B(K)$ alla linea 9 può essere aumentato a piacere, correggendo però le linee 150, 170, 360, 385, 470, 560.

La variabile $N(K)$ non ha bisogno del dimensionamento perché K varia da 0 a 9, in ogni caso.

CINEMATICA

È un maxiprogramma (almeno per un PET da 8K), che permette di risolvere qualsiasi problema di cinematica.

Al solito, sfrutta al massimo le istruzioni GET in modo da ridurre l'uso del tasto RETURN e rendere più spedito lo scorrimento.

```

10 REM COPYRIGHT IN BASIC
12 REM VIA SEZZE 22 LATINA
14 REM TEL. 487631
20 CLR:PRINT"33"
30 PRINTTAB(15)"CINEMATICA"
40 PRINT:GOSUB11000
50 PRINT"QUESTO PROGRAMMA PERMETTE DI RISOLVERE"
60 PRINT"QUALUNQUE PROBLEMA DI CINEMATICA."
70 PRINT"RICORDATI CHE TUTTI I DATI DEVONO ESSE-"
80 PRINT"RE ESPRESSI NEL SISTEMA M.K.S."
90 PRINT:GOSUB11000
100 PRINT"I MOTI FONDAMENTALI SONO TRE : "
110 PRINTTAB(10)"01- RETTILINEO UNIFORME"
120 PRINTTAB(10)"02- RETT. UNIF. ACCELERATO"
130 PRINTTAB(10)"03- CIRCOLARE UNIFORME"
140 PRINT"COSA SCEGLI ?":F=1:GOSUB11000
150 A=INT(A):IFA>3ORAC=0THEN10
160 ONAGOTO1000,4000,7000
1000 REM-MOTO UNIF.
1010 PRINT"LA LEGGE DEL MOTO E'"
1020 PRINTTAB(16)"S=Vt"
1025 PRINT"CHE CONTIENE 4 VARIABILI E DOVE S RAP-"
1030 PRINT"PRESENTA LO SPAZIO INIZIALE."
```

```

1040 PRINT"QUANTE NE CONOSCI ?":F=1:GOSUB10000:PRINT$
1050 A=INT(A):IFAC3THEN9000
1060 IFA>=4THENPRINT"RISPONDI COERENTEMENTE!":GOSUB10000:GOTO10
1070 PRINT"QUALE VUOI CONOSCERE ?":
1080 F=1:GOSUB10000:PRINT$
1090 GOSUB11000
1100 IFA$="L"THEN1200
1110 IFA$="S"THEN1400
1120 IFA$="V"THEN1600
1130 IFA$="T"THEN1800
1140 GOTO1010
1200 INPUT"QUANT' E' S":S
1210 INPUT"ME V":V
1220 INPUT"ME T":T
1230 L=S+V*T
1240 GOSUB11000:PRINT"LO SPAZIO PERCORSO E' "L"METRI"
1250 GOTO12000
1400 INPUT"QUANT' E' L":L
1410 INPUT"ME V":V
1420 INPUT"ME T":T
1430 S=L-V*T
1440 GOSUB11000:PRINT"LO SPAZIO INIZIALE E' "S"METRI"
1450 GOTO12000
1600 INPUT"QUANT' E' L":L
1610 INPUT"ME S":S
1620 INPUT"ME T":T
1625 IFT=0THENPRINT"TI":GOTO1620
1630 V=(L-S)/T
1640 GOSUB11000:PRINT"LA VELOCITA' E' DI "V"M/S"
1645 PRINT"OPPURE DI "V*3.6"KM/H"
1650 GOTO12000
1800 INPUT"QUANT' E' L":L
1810 INPUT"ME S":S
1820 INPUT"ME V":V
1825 IFV=0THENPRINT"TI":GOTO1820
1830 T=(L-S)/V
1840 GOSUB11000:PRINT"IL TEMPO E' DI "T"SEC."
1845 H1=T/3600:H=INT(H1):M1=(H1-H)*60:M=INT(M1):S1=(M1-M)*60
1847 PRINT"OPPURE "H"ORE, "M"MIN. E "S1"SEC"
1850 GOTO12000
4000 REM-MOTO UNIF.ACCEL.
4010 PRINT"LE LEGGI DEL MOTO SONO"
4020 PRINTTAB(8)"1 2"
4030 PRINT"L=S+WT+ 1/2 AT":TAB(20)"V=W+AT"
4040 PRINTTAB(8)"2"
4045 IFFF=1THENGOSUB11000:RETURN
4050 PRINT"DOVE S E' LO SPAZIO INIZIALE E W LA"
4060 PRINT"VELOCITA' INIZIALE."
4070 GOSUB11000
4080 PRINT"IL PROBLEMA E' RISOLVIBILE SE CONOSCI"
4090 PRINT"S, W E ALMENO DUE DELLE ALTRE VARIA-"
4100 PRINT"BILI : S, A, T, V."
4110 PRINT"QUALI CONOSCI ?":F=1:GOSUB10000:C$=A$:PRINT$
4120 PRINT"NE L'ALTRA ?":F=1:GOSUB10000:D$=A$:PRINT$
4130 IFC$="L"ANDD$="A"ORC$="A"ANDD$="L"THEN5000
4140 IFC$="L"ANDD$="T"ORC$="T"ANDD$="L"THEN5200
4150 IFC$="L"ANDD$="V"ORC$="V"ANDD$="L"THEN5400
4160 IFC$="A"ANDD$="T"ORC$="T"ANDD$="A"THEN5600
4170 IFC$="A"ANDD$="V"ORC$="V"ANDD$="A"THEN5800
4180 IFC$="T"ANDD$="V"ORC$="V"ANDD$="T"THEN6000
4190 GOTO4010
5000 FF=1:GOSUB4000

```

```

5010 INPUT"QUANT'E' S";S
5020 INPUT"DE W";W
5030 INPUT"DE L";L
5035 IFL=0THEN9000
5040 INPUT"DE A";A
5045 IFA=0THEN9000
5050 GOSUB11000
5060 V=SQR(2*A*L-2*A*S+W*W):T=(V-W)/A
5070 PRINT"V="V"M/SEC"
5080 PRINT"AT="T"SEC"
5090 GOTO12000
5200 FF=1:GOSUB4000
5210 INPUT"QUANT'E' S";S
5220 INPUT"DE W";W
5230 INPUT"DE L";L
5235 IFL=0THEN9000
5240 INPUT"DE T";T
5245 IFT=0THEN9000
5250 GOSUB11000
5260 A=L-S-W*T:A=2*A/(T*T):V=W+A*T
5270 PRINT"V="V"M/SEC"
5280 PRINT"AA="A"M/SS"
5290 GOTO12000
5400 FF=1:GOSUB4000
5410 INPUT"QUANT'E' S";S
5420 INPUT"DE W";W
5430 INPUT"DE L";L
5435 IFL=0ORL=STHEN9000
5440 INPUT"DE V";V
5445 IFV=0ORV=WTHEN9000
5450 GOSUB11000
5460 A=(V*V-W*W)/(2*(L-S)):T=(V-W)/A
5470 PRINT"AT="T"SEC"
5480 PRINT"AA="A"M/SS"
5490 GOTO12000
5600 FF=1:GOSUB4000
5610 INPUT"QUANT'E' S";S
5620 INPUT"DE W";W
5630 INPUT"DE A";A
5635 IFA=0THEN9000
5640 INPUT"DE T";T
5645 IFT=0THEN9000
5650 GOSUB11000
5660 L=S+W*T+(A*T*T)/2:V=W+A*T
5670 PRINT"AL="L"METRI"
5680 PRINT"V="V"M/SEC"
5690 GOTO12000
5800 FF=1:GOSUB4000
5810 INPUT"QUANT'E' S";S
5820 INPUT"DE W";W
5830 INPUT"DE V";V
5835 IFV=0THEN9000
5840 INPUT"DE A";A
5845 IFA=0THEN9000
5850 GOSUB11000
5860 T=(V-W)/A:L=S+W*T+(A*T*T)/2
5870 PRINT"AT="T"SEC"
5880 PRINT"AL="L"METRI"
5890 GOTO12000
6000 FF=1:GOSUB4000
6010 INPUT"QUANT'E' S";S

```

```

6020 INPUT "DE W";W
6030 INPUT "DE T";T
6035 IFT=0THEN9000
6040 INPUT "DE V";V
6045 IFV=0THEN9000
6050 GOSUB11000
6060 A=(V-W)/T:L=S+W*T+(A*T*T)/2
6070 PRINT"NL="L"METRI"
6080 PRINT"MA="A"M/SS"
6090 GOTO12000
7000 REM-MOTO CIRC.UNIF.
7010 PRINT"CLE LEGGI DEL MOTO SONO"
7015 PRINTTAB(28)"2"
7020 PRINTTAB(7)"2πR"
7030 PRINTTAB(5)"V=——=2πRF"
7040 PRINTTAB(8)"T";TAB(27)"R"
7050 PRINT"MEVI CONOSCERE ALMENO DUE VARIABILI"
7060 PRINT"FRA : W , R , T , F , A"
7070 GOSUB11000:PRINT"QUALI CONOSCI ?";
7080 F=1:GOSUB10000:C#=A$:PRINTA$
7090 PRINT"E L'ALTRA ?";F=1:GOSUB10000:D#=A$:PRINTA$
7100 IFC#="V"ANDD#="R"ORC#="R"ANDD#="V"THEN8000
7110 IFC#="V"ANDD#="A"ORC#="A"ANDD#="V"THEN8100
7120 IFC#="R"ANDD#="A"ORC#="A"ANDD#="R"THEN8200
7130 IFC#="V"ANDD#="T"ORC#="T"ANDD#="V"THEN8300
7140 IFC#="V"ANDD#="F"ORC#="F"ANDD#="V"THEN8300
7150 IFC#="R"ANDD#="T"ORC#="T"ANDD#="R"THEN8400
7160 IFC#="R"ANDD#="F"ORC#="F"ANDD#="R"THEN8400
7170 IFC#="T"ANDD#="A"ORC#="A"ANDD#="T"THEN8500
7180 IFC#="F"ANDD#="A"ORC#="A"ANDD#="F"THEN8500
7190 GOTO7010
8000 INPUT"QUANTO E' V";V
8010 IFV<0THEN9000
8015 INPUT"DE R";R
8020 IFR<0THEN9000
8030 T=2*π*R/V:F=1/T:A=V*V/R:O=V/R
8040 GOSUB11000
8050 PRINT"MT="T"SEC"
8060 PRINT"F="F"HERTZ"
8070 PRINT"A="A"M/SS"
8080 PRINT"VEL. ANGOLARE="O"RAD/SEC"
8090 GOTO12000
8100 INPUT"QUANTO E' V";V
8110 IFV<0THEN9000
8120 INPUT"DE A";A
8130 IFA<0THEN9000
8140 R=V*V/A:T=2*π*R/V:F=1/T:O=V/R
8150 GOSUB11000
8160 PRINT"MR="R"METRI"
8170 PRINT"T="T"SEC"
8180 PRINT"F="F"HERTZ"
8190 PRINT"VEL. ANGOLARE="O"RAD/SEC"
8195 GOTO12000
8200 INPUT"QUANTO E' R";R
8205 IFR<0THEN9000
8210 INPUT"DE A";A
8215 IFA<0THEN9000
8220 V=SQR(A*R):O=V/R:T=2*π*R/V:F=1/T
8230 GOSUB11000
8240 PRINT"MV="V"M/SEC"
8250 PRINT"VEL. ANGOLARE="O"RAD/SEC"
8260 PRINT"T="T"SEC"

```



```

8270 PRINT "F="F"HERTZ"
8280 GOTO12000
8300 INPUT "QUANT'E' LA VELOCITA'";V
8305 IFV<=0THEN9000
8310 INPUT "E' IL PERIODO";T
8315 IFT<=0THEN9000
8320 F=1/T:R=V*T/(2*PI):O=V/R:A=O*V
8330 GOSUB11000
8340 PRINT "F="F"HERTZ"
8350 PRINT "R="R"METRI"
8360 PRINT "A="A"M/SS"
8370 PRINT "VEL. ANGOLARE="O"RAD/SEC"
8380 GOTO12000
8400 INPUT "QUAL'E' IL PERIODO";T
8405 IFT<=0THEN9000
8410 INPUT "ED R";R
8415 IFR<=0THEN9000
8420 F=1/T:V=2*PI*R/T:O=V/R:A=V*V/R
8430 GOSUB11000
8440 PRINT "F="F"HERTZ"
8450 PRINT "V="V"M/SEC"
8460 PRINT "VEL. ANGOLARE="O"RAD/SEC"
8470 PRINT "A="A"M/SS"
8480 GOTO12000
8500 INPUT "QUANT'E' IL PERIODO";T
8505 IFT<=0THEN9000
8510 INPUT "E' L'ACCELERAZIONE";A
8515 IFA<=0THEN9000
8520 F=1/T:R=(A*T*T)/(4*PI*PI):V=SQR(A*R):O=V/R
8530 GOSUB11000
8540 PRINT "F="F"HERTZ"
8550 PRINT "V="V"M/SEC"
8560 PRINT "R="R"METRI"
8570 PRINT "VEL. ANGOLARE="O"RAD/SEC"
8580 GOTO12000
8900 END
9000 PRINT "SOLUZIONE IMPOSSIBILE!"
9010 GOSUB10000
9020 GOTO10
10000 REM-ATTESA E INGRESSO DATI
10010 IFF=0THENPRINTTAB(11)"(PREMI UN TASTO)"
10020 GETA$: IFA$=""THEN10020
10025 A=VAL(A$)
10030 F=0:RETURN
11000 REM-BARRA
11010 FORK=1TO40:PRINT"█";NEXTK:RETURN
12000 REM-RICHIESTA DI CONTINUAZIONE
12010 PRINT "VUOI CONTINUARE ?"
12020 F=1:GOSUB10000
12030 IFA$="S"THEN10
12040 PRINT "OK - CIAO!!"
12045 END
12050 END

```

Le uniche subroutine utilizzate sono due.

La 10000 serve a due scopi differenti, a seconda che il flag F sia uguale a zero o ad uno. Nel primo caso è utilizzata per arrestare il programma dopo che è stata stampata la pagina iniziale con l'indicazione delle op-

zioni in attesa che venga premuto un tasto. Nel secondo caso la linea 10010 viene saltata, e la subroutine è utilizzata per introdurre l'opzione letterale A\$ o il numero A;

La 11000 serve a stampare la barra orizzontale.

La 12000 non è una subroutine e contiene la richiesta di continuazione.

In verità c'è anche una subroutine (poco ortodossa) nelle linee 4000-4045 che agisce solo se il flag FF è uguale ad uno, e capirete in seguito il perché della sua esistenza.

Passiamo all'analisi del listato.

Fino alla linea 140 si ha la stampa della pagina iniziale e la richiesta di scelta delle opzioni.

Grazie alla 150, in caso di valori numerici che non siano 1, 2, o 3 si ha il ritorno a 10, e perciò anche se il tasto battuto è letterale, la risposta non viene accettata. Nella 160 si ha lo smistamento alle linee 1000, 4000, 7000 a seconda del tipo di problema scelto.

In 1000, dopo aver stampato la legge del moto

$$l = s + vt$$

(dove s è lo spazio iniziale), si richiede quante delle 4 variabili hanno valore noto.

È accettato solo il caso in cui si conoscano 3 variabili: battuto il tasto corrispondente alla lettera iniziale della variabile incognita, in 1100-1130 si ha lo smistamento in quattro routine ciascuna delle quali risolve la legge del moto esplicitata rispetto ad una variabile.

In 1625 e 1825 vengono eliminati i casi in cui rispettivamente t e v sono nulli perché altrimenti si avrebbe una divisione per zero. Per maggior utilità il tempo è calcolato anche in ore, minuti e secondi, e la velocità anche in km/h.

Alla 4000 inizia invece la trattazione del moto rettilineo uniformemente accelerato.

Vengono prima presentate le due leggi del moto

$$l = s + wt + \frac{1}{2} at^2 \qquad v = w + at$$

con s = spazio iniziale e w = velocità iniziale.

Le variabili sono sei e basterebbe conoscerne quattro per poter risolvere qualunque problema, ma ciò comporterebbe 15 diverse possibilità di soluzione.¹

¹Corrispondenti alle combinazioni di sei elementi di classe 4 (vedi programma sul calcolo combinatorio).

E sarebbero troppe per la capacità di memoria del Commodore 64 da 8K.

Ho ripiegato quindi su un compromesso: suppongo che siano sempre noti lo spazio e la velocità iniziali (ciò avviene in realtà nella maggior parte dei problemi).

Basta quindi trattare i sei casi in cui si conoscano due delle quattro rimanenti variabili: l , v , a , t .

Le due variabili *note* vengono battute dopo la richiesta alle linee 4110 e 4120, e trasformate in C\$ e D\$.

Nelle linee 4130-4180 si ha lo smistamento a seconda della combinazione scelta.

Si noti che, nel caso si fosse battuta per errore una lettera non compresa nelle quattro previste (o una cifra o un simbolo), la linea 4190 rispedirebbe il programma indietro per un nuovo e corretto ingresso di dati. Da 5000 a 6090 vi è la trattazione dei sei casi possibili, ciascuno con le relative uscite alla routine 9000 quando i dati introdotti provocherebbero una divisione per zero.

Nella linea 5000 si può notare un nuovo flag $FF = 1$. La ragione della sua esistenza risiede nel fatto che la "pagina video" usata per scrivere le leggi del moto e le richieste precedenti, avrebbe occupato più delle 25 righe dello schermo, provocando un antiestetico scorrimento verso l'alto. Con questo flag invece si ha un cancellamento del video e la ristampa delle sole leggi del moto (linee 4000-4045).

Rimane da esaminare il caso in cui (7000 e seguenti) il problema da risolvere si riferisca al moto circolare uniforme.

Vengono, al solito, stampate le due leggi del moto

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi f \qquad a = \frac{v^2}{r}$$

dove v è la velocità tangenziale, r il raggio, T il periodo, f la frequenza ed a l'accelerazione centripeta.

Poiché

$$f = \frac{1}{T}$$

in realtà ci sono solo quattro variabili v , r , T , a e due equazioni.

Quindi è sufficiente conoscere almeno due di queste quattro variabili, per poter calcolare tutte le altre.

Il procedimento è simile a quello del moto uniformemente accelerato: in più ci sono le tre linee 7140, 7160 e 7180 che, nel caso in cui una delle due variabili note sia la frequenza, invia il programma agli stessi indirizzi che sono previsti quando la variabile nota è T .

Fra le risposte ogni volta viene fornito anche il valore della frequenza in hertz e della velocità angolare in radianti al secondo.

BALISTICA

Consideriamo un'arma che spari un proiettile con un angolo di elevazione α ed una velocità iniziale V .

Se poniamo l'arma nell'origine di un sistema cartesiano di riferimento, il proiettile descriverà una parabola di questo tipo.

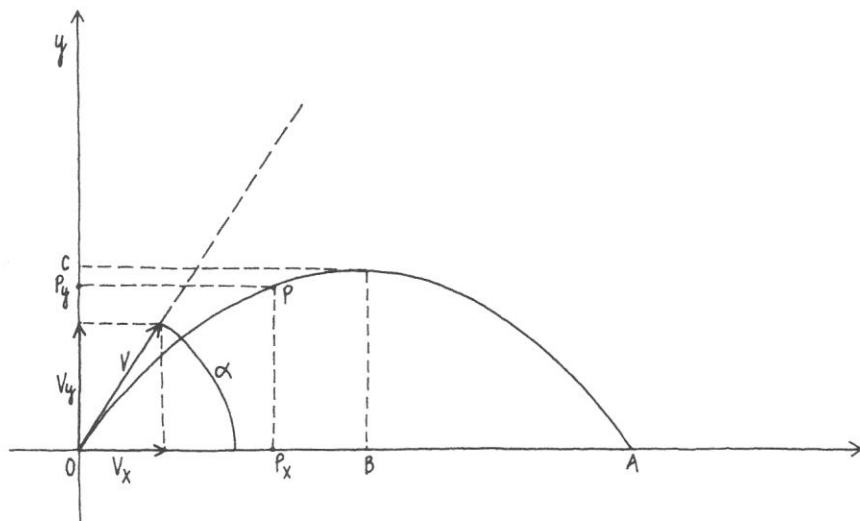


Figura 12

Dove OA è la gittata, e il vertice della parabola ha coordinate OB ed OC .

V_x e V_y sono le componenti della velocità iniziale lungo gli assi coordinati e valgono rispettivamente

$$V_x = V \cos \alpha$$

$$V_y = V \sin \alpha$$

Consideriamo il proiettile in una posizione P qualsiasi della traiettoria: mentre esso si muove, le sue proiezioni P_x e P_y sugli assi si muovono rispettivamente con moto rettilineo uniforme e con moto rettilineo uniformemente ritardato.

Infatti su P_y agisce l'accelerazione di gravità ($g = 9,81 \text{ m/sec}$) rivolta verso il basso che ne frena il moto.

Dal programma precedente sappiamo che le leggi del moto sono

$$\begin{cases} OP_x = V_x \cdot t \\ OP_y = V_y \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{cases}$$

o anche, più semplicemente,

$$\begin{cases} x = V_x \cdot t \\ y = V_y \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{cases}$$

Queste due relazioni possono essere interpretate come le coordinate parametriche del punto P , cioè coordinate in funzione del parametro t . Il luogo di punti (cioè l'insieme di punti, la traiettoria) descritta dal punto P si ottiene semplicemente ricavando il parametro t dalla prima equazione e sostituendo l'espressione così ottenuta nella seconda equazione. Con semplici calcoli si ottiene

$$y = -\frac{g}{2V_x} x^2 + \frac{V_y}{V_x}$$

che rappresenta l'equazione di una parabola con asse verticale, con cavità rivolta verso il basso, passante per l'origine, e con

$$OA = \frac{2 V_x V_y}{g}$$

$$OB = \frac{V_x V_y}{g}$$

$$OC = \frac{V_y^2}{2g}$$

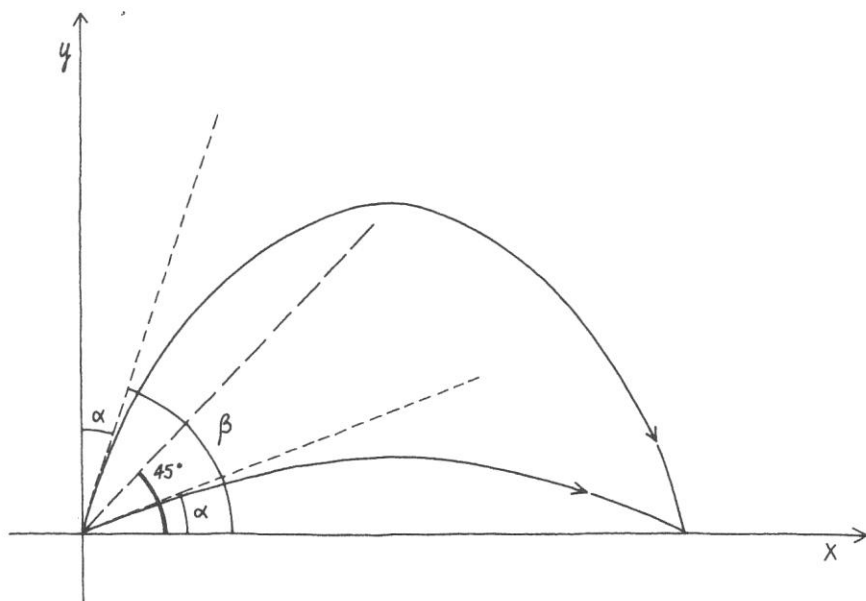


Figura 13

Naturalmente abbiamo trascurato l'attrito con l'aria.

Si noti che l'angolo α è compreso fra zero e novanta gradi, e che per $\alpha = 45^\circ$ si ha la gittata massima.

Se α è minore di 45° , esiste sempre un secondo angolo $\beta = 90^\circ - \alpha$ che produce la stessa gittata di

E viceversa se α è maggiore di 45° . Ovviamente le equazioni delle due parabole sono differenti.

Se la velocità è uguale o maggiore a 40320 km/h il proiettile non ricade più sulla terra perché ha superato la velocità di fuga terrestre.

Dopo questa premessa, passiamo all'esame del listato.

```

10 REM COPYRIGHT IN BASIC
12 REM VIA SEZZE 22 LATINA
14 REM TEL. 487631
16 POKE53280,10:POKE53281,3
20 CLR:PRINT"C"
30 PRINTTAB(15)"BALISTICA"
35 DIMX(20),Y(20),T(20)
40 GOSUB10000
50 PRINT"STIRANDO UN OGGETTO IN ARIA (O SPARANDO"
60 PRINT"CON UN'ARMA),LA TRAIETTORIA DELL'OGGETTO"
70 PRINT"È SEMPRE UNA PARABOLA."
80 PRINT"INDICHIAMO CON V LA VELOCITA' INIZIALE"
90 PRINT"E CON A L'ALZO (CIOE' L'ANGOLO FRA LA"
100 PRINT"DIREZIONE DI TIRO E IL PIANO ORIZZON-"
110 PRINT"TALE)."
120 GOSUB10000
130 INPUT"QUANTO E' V (IN KM/H)";V
135 IFV>40320THENGOSUB12000
140 PRINT"VEDI A (BATTI UNA VIRGOLA FRA I GRADI,I"
150 INPUT"PRIMI E I SECONDI)";G,P,S
160 VV=V/3.6:SS=S/60:P1=P+SS:PP=P1/60:G1=G+PP:A=G1*PI/180
165 IFA>PI/2THEN10
170 VX=VV*COS(A):VY=VV*SIN(A)
175 VX=INT(VX*1000)/1000:VY=INT(VY*1000)/1000
177 VV=INT(VV*1000)/1000
180 PRINT"OK - LA VELOCITA' DI "V"KM/H"
190 PRINT"CORRISPONDE A"VV"M/SEC."
200 PRINT"CON L'ALZO CHE MI HAI DATO,LA COMPONENTE-"
210 PRINT"TE LUNGO L'ASSE ORIZZONTALE E'"
220 PRINTTAB(10)"VX="VX"M/S"
230 PRINT"MENTRE LA COMPONENTE VERTICALE E'"
240 PRINTTAB(10)"VY="VY"M/S"
250 GOSUB10000
260 GI=2*VX*VY/9.81:QY=VY^2/(2*9.81)
265 GI=INT(GI*1000)/1000:QY=INT(QY*1000)/1000
270 PRINT"LA GITTATA E' DI"GI"METRI."
280 PRINT"MENTRE ALLA DISTANZA DI"GI/2"METRI"
290 PRINT"L'OGGETTO RAGGIUNGE LA QUOTA MASSIMA"
300 PRINT"DI"QY"METRI."
310 GOSUB11000
320 PRINT"VEDIAMO COME SI OTTENGONO QUESTI RISUL-"
330 PRINT"TATI:"
340 PRINT"ALUNGO UNA LINEA ORIZZONTALE IL MOTO E'"
350 PRINT"RETTILINEO UNIFORME E LA LEGGE DEL MOTO"
360 PRINT"E'"
370 PRINTTAB(10)"X="VX*T"

```

```

380 PRINT"MENTRE LUNGO UN ASSE VERTICALE IL MOTO"
390 PRINT"E' UNIFORMEMENTE RITARDATO (CON ACCELE-"
400 PRINT"RAZIONE COSTANTE=-9.8 M/SS) E CON VELO-"
410 PRINT"CITA' INIZIALE="VY"M/S)."

```

```

960 A1=INT(AA):A2=(AA-A1)*60:A3=INT(A2)
970 A4=(A2-A3)*60:A5=INT(A4)
980 PRINT"AVRESTI OTTENUTO LA STESSA GITTATA CON"
990 PRINT"LA STESSA VELOCITA' INIZIALE, E CON UN"
1000 PRINT"ALZO DI"
1010 PRINTTAB(5)"A1" "A3" "A5"
1020 PRINT"INVECE DEI"
1030 PRINTTAB(5)"G" "P" "S"
1040 PRINT"DA TE INDICATI."
1050 PRINT"LA PARABOLA PERO' SAREBBE STATA DIVERSA"
1060 GOSUB10000
1070 PRINT"VUOI PROVARE ANCORA?"
1080 GETW$:IFW$=""THEN1080
1090 IFW$="S"THEN10
1100 PRINT"OK - CIAO!!"
1105 END
1110 END
10000 REM-BARRA ORIZZONTALE
10010 FORK=1TO40:PRINT"█";NEXTK:RETURN
11000 REM-ATTESA
11010 PRINTTAB(10)"(PREMI UN TASTO)"
11020 GETW$:IFW$=""THEN11020
11030 RETURN
12000 REM-VELOCITA' DI FUGA
12010 PRINT"MAI SUPERATO LA VELOCITA' DI FUGA!!"
12020 PRINT"CON QUESTA VELOCITA' IL CORPO NON RI-"
12030 PRINT"CADE PIU' SULLA TERRA."
12040 GOSUB11000
12050 CLR:GOTO10

```

La subroutine 10000 traccia la solita barra orizzontale, la 11000 serve per fermare il programma in attesa che venga premuto un tasto, e la 12000 avverte l'operatore che ha superato la velocità di fuga. Alla linea 35 vengono dimensionate tre variabili con indice che accoglieranno i valori di un tabulato per permettere la trascrizione su carta millimetrata della parabola descritta dal proiettile.

In un primo momento avevo pensato di realizzarla graficamente sullo schermo del Commodore 64, ma un reticolato di 25 righe e 40 colonne fornivano un grafico troppo approssimato, e del resto (se si vuole adoperare il programma per fini didattici) è molto più utile e formativo per uno studente riportare i dati su carta millimetrata in modo corretto.

In 130 è richiesta la velocità iniziale del proiettile, espressa in km/h perché è una unità di misura con la quale abbiamo in genere una maggiore familiarità.

Se si vuole impedire che qualche buontempone introduca velocità nulla o negativa, basta introdurre la linea

```
133 IF V <= 0 THEN 10
```

e altrettanto dicasi per alzo nullo o negativo. In 135 se la velocità è maggiore o uguale a quella di fuga, si ha l'invio alla subroutine 12000.

Poi (150) viene richiesto l'alzo in gradi, primi e secondi (invece che in radianti) per la stessa ragione di prima, cioè perché più familiari.

In 160 i gradi, primi e secondi vengono trasformati nell'angolo A e espresso in radianti.

Se tale angolo supera o uguaglia l'angolo retto (linea 165) si ricomincia da capo. Nelle linee 170-175 vengono calcolate le componenti V_x e V_y della velocità lungo gli assi cartesiani, e per evitare di ottenere risultati con un gran numero di cifre decimali grazie alla linea 175 vengono trattene solo le prime tre cifre e cancellate le altre.

Dalla linea 180 alla 300 vengono stampati i valori delle componenti V_x e V_y , la gittata e le coordinate del punto di quota massima.

Dopo aver premuto un tasto qualsiasi, per effetto della subroutine 11000, si ha il clear di schermo e la stampa della pagina compresa fra le linee 320 e 460.

Viene stampata la legge del moto lungo l'asse x e quella relativa all'asse y . Si noti la trasformazione di V_y in stringa (linea 423) per determinarne la lunghezza L e permettere quindi la stampa corretta della formula in 425-440.

In 470 si ricorre ancora alla subroutine 11000 e alla stampa successiva della pagina compresa fra le linee 480 e 640.

Nella linea 540 il coefficiente $C1$ dell'equazione della parabola (coefficiente del termine di secondo grado) viene trasformato in stringa per determinarne la lunghezza $L1$ e scrivere perciò correttamente l'equazione stessa, con lo stesso procedimento precedente.

In un primo momento avevo troncato anche $C1$ eliminando le cifre decimali oltre la quinta, ma per velocità iniziali piuttosto alte la parabola è molto allargata e il coefficiente del termine di secondo grado diviene talmente piccolo, che con il troncamento si otteneva risultato nullo.

Ciò comportava come conseguenza... che la parabola diventava una retta.

Oltre alla formula della parabola, nella stessa pagina di schermo compaiono anche le coordinate del vertice e del punto in cui la parabola taglia di nuovo l'asse x .

Si ricorre ancora alla 11000 e, dopo aver premuto un tasto, si ha il calcolo del tempo impiegato dal proiettile per descrivere l'arco di parabola e toccare il suolo.

Ciò si ottiene (linea 660) semplicemente calcolando quanto tempo impiega il punto P_x (che si muove con velocità costante V_x) per andare dall'origine al punto A .

Anche questo tempo è troncato alle prime tre cifre decimali.

La linea 685 serve ad avvertire l'operatore che quei due o tre secondi di attesa che seguiranno servono al Commodore 64 per eseguire i calcoli successivi.

Essi (linee 700-750) consistono nel dividere il tempo precedente in venti

parti, e nel calcolare con un ciclo FOR NEXT i tempi e le coordinate dei punti che costituiranno la tabella che sarà stampata immediatamente dopo.

Anche i numeri contenuti nella tabella sono troncati alla terza cifra decimale.

La tabella viene stampata con le istruzioni contenute nelle linee 800-850. In 860-1060 si ha la stampa dell'ultima pagina di schermo, e se l'alzo era di 45° si ha l'indicazione che la gittata corrisponde alla gittata massima. In caso contrario vengono calcolati i gradi, primi e secondi (A1, A3, A5) con i quali si avrebbe avuto la stessa gittata rispetto ai valori (G, P, S) indicati all'inizio.

Le ultime linee (1070-1110) propongono, al solito, di far girare di nuovo il programma dall'inizio.

RELATIVITÀ

Concludiamo questo capitolo con un programma che esegue calcoli relativistici.

L'utilità di un tale programma risiede nel fatto che le correzioni relativistiche sono spesso talmente piccole da sfuggire persino alla possibilità di calcolo di un minicomputer tascabile (se non è attrezzato per il trattamento dei numeri sotto forma di potenze decimali). In ogni caso il calcolo, pur essendo estremamente semplice teoricamente, resta sempre abbastanza delicato da eseguire.

Con questo programma tutto invece diviene automatico e con molta facilità si può constatare quali siano i valori entro cui la meccanica classica deve essere sostituita da quella relativistica.

Si abbia un'astronave che si muova con velocità V costante rispetto ad un osservatore che si trovi su un sistema di riferimento inerziale (cioè fermo rispetto alle stelle fisse).

Se l'osservatore esegue una misura della lunghezza dell'astronave (per esempio calcolando quanto impiega per passare davanti ad un traguardo, e moltiplicando il tempo così ottenuto per la velocità C), esso trova per l'astronave una lunghezza L .

Ma l'astronave per effetto della propria velocità, si "accorcia" (mentre le altre dimensioni, per esempio l'apertura alare,¹ rimane costante).

Un osservatore che si trovi sull'astronave non potrà mai accorgersi dell'accorciamento perché ogni oggetto, e quindi anche il metro con cui eseguirà la misura, si accorcia quando viene disposto lungo la direzione della velocità.

¹Ammetto che un'astronave abbia bisogno di ali. Stabiliamo che gli servano per rientrare nell'atmosfera.

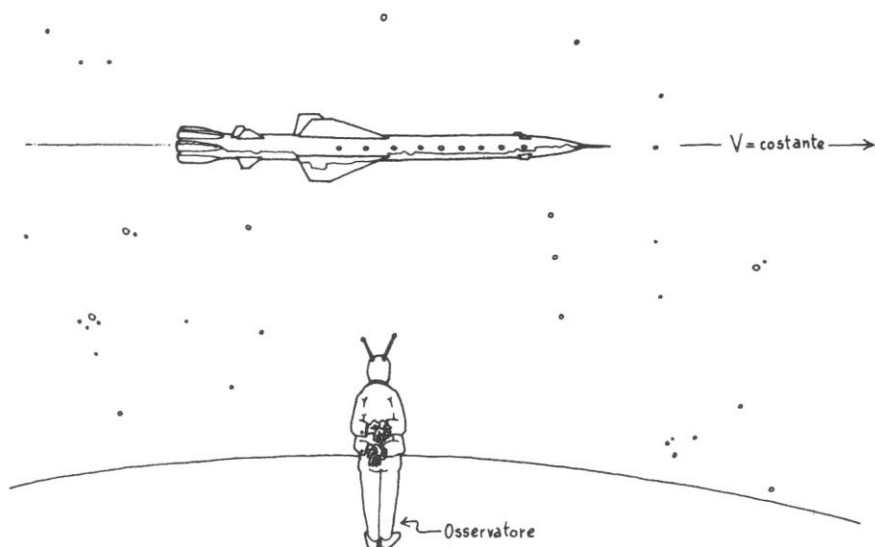


Figura 14

La misura “contratta” della lunghezza dell’astronave è

$$L' = L \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

dove c è la velocità della luce.

Per velocità V troppo piccole rispetto alla velocità della luce il termine $\frac{V^2}{c^2}$ è talmente piccolo da poter essere considerato nullo, e si ottiene

$$L' = L$$

Cioè la meccanica relativistica coincide con quella classica.

L'accorciamento $L-L'$ si chiama anche *contrazione di Lorentz*.

In modo analogo il tempo T' dell’astronave *trascorre più lentamente* del tempo T rispetto all’osservatore a terra. Cioè quando per quest’ultimo è trascorso un secondo, sull’astronave è trascorso un tempo maggiore.

La dilatazione del tempo è data dalla formula

$$T' = \frac{T}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

e, come prima, se V è sufficientemente piccola rispetto a c , si ha $T' = T$.

Questi due effetti: la contrazione delle lunghezze e la dilatazione del tempo, non sono impressioni illusorie, ma *reali*.

Infine anche la massa subisce un incremento analogo al tempo, e la massa M misurata dall'osservatore a terra è legata alla massa M' misurata dall'astronave, dalla relazione

$$M' = \frac{M}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

In ciascuno dei casi esaminati, la quantità $1 - \frac{V^2}{c^2}$ si chiama anche fattore di correzione relativistica, e il termine $\frac{V}{c}$ viene anche indicato con la lettera β .

Un altro calcolo di tipo relativistico è quello della composizione delle velocità. Secondo la meccanica classica, due velocità V e W aventi stessa direzione e verso, danno come risultato

$$R = V + W$$

Cioè se l'astronave precedente spara un missile nella stessa direzione in cui si muove, con velocità W , secondo l'osservatore a terra il missile viaggia ad una velocità

$$R = V + W$$

Ebbene, secondo la meccanica relativistica tale velocità è invece

$$R' = \frac{V + W}{1 - \frac{VW}{c^2}}$$

che può essere confusa con R solo se V e W sono entrambe molto piccole rispetto alla velocità della luce c .

Se una di esse (o ambedue) sono uguali a c si avrà come risultato $R' = c$. Infatti, come è noto, la velocità della luce è una costante universale che non può essere superata.

Vediamo ora come il programma affronta questi calcoli.

```
10 REM COPYRIGHT IN BASIC
12 REM VIA SEZZE 22 LATINA
14 REM TEL. 487631
20 CLR:PRINT"
```

```

25 POKE53280,10:POKE53281,3
30 PRINTTAB(8)"CALCOLI RELATIVISTICI"
40 GOSUB11000
50 PRINT"QUESTO PROGRAMMA CALCOLA:"
60 PRINTTAB(5)"1-LA CONTRAZIONE DELLE LUNGHEZZE"
70 PRINTTAB(5)"2-LA DILATAZIONE DEL TEMPO"
80 PRINTTAB(5)"3-L'AUMENTO DI MASSA"
90 PRINTTAB(5)"4-LA SOMMA DELLE VELOCITA'"
100 PRINT"PER EFFETTO DELLA TEORIA DELLA RELATI-"
110 PRINT"VITA'."
120 GOSUB11000
130 PRINT"CI COSA VUOI CALCOLARE ?"
140 GOSUB10000
150 IFA<=00RA>4THEN140
160 IFA=4GOTO5000
165 B=A
170 PRINT"OK - LA VELOCITA' DELL'OGGETTO CHE STAI"
180 PRINT"ESAMINANDO,E' ESPRESSA IN:"
190 PRINTTAB(7)"METRI/SEC  O IN  C/4/H ?"
200 GOSUB10000
205 IFA$="K"THENW=1:GOTO220
210 IFA$="M"THEN220
215 GOTO200
220 GOSUB11000
230 PRINT"CON QUALE VELOCITA' SI MUOVE L'OGGETTO"
240 INPUT"RISPETTO A TE";V
250 IFW=1THENV=V/3.6
255 GOSUB11000
260 ONBGOTO1000,2000,3000
1000 REM-LUNGHEZZE
1010 PRINT"QUAL'E' LA LUNGHEZZA (IN METRI) DEL-"
1020 PRINT"L'OGGETTO IN CONDIZIONE DI RIPOSO RI-"
1030 PRINT"SPETTO AL TUO SISTEMA DI RIFERIMENTO ?"
1040 INPUTL
1060 GOSUB12000
1080 IFFA=1THENGOSUB16000:GOSUB13000:GOTO170
1085 LL=L*FA:C=L-LL
1090 PRINT"SE L'OGGETTO E' DISPOSTO LUNGO LA DIRE-"
1100 PRINT"ZIONE DEL MOTO,ESSO SUBISCE UNA CONTRA-"
1110 PRINT"ZIONE RELATIVISTICA PARI A"
1120 PRINTTAB(10)"C"METRI"
1130 PRINTTAB(4)"CIOE' "C*1000"MILLIMETRI"
1140 PRINTTAB(4)"CIOE' "C*1E6"MICRON"
1150 GOSUB11000
1170 PRINT"NON CI SONO CONTRAZIONI LUNGO DIREZIONI"
1180 PRINT"PERPENDICOLARI ALLA VELOCITA'."
1190 GOSUB13000
1200 GOTO170
2000 REM-TEMPI
2010 PRINT"CONSIDERIAMO UN INTERVALLO DI TEMPO"
2020 PRINT"NEL TUO SISTEMA DI RIFERIMENTO."
2030 INPUT"QUANTI SECONDI CONTIENE";S
2040 GOSUB12000
2050 IFFA=1THENGOSUB16000:GOSUB13000:GOTO170
2060 SS=S/FA:D=SS-S
2070 PRINT"PER UN OSSERVATORE IN MOTO CON L'OGGETTO-"
2080 PRINT"IL TEMPO TRASCORRE PIU' LENTAMENTE"
2090 PRINT"ED IL SUO OROLOGIO RITARDA RISPETTO AL"
2100 PRINT"TUO DI:"
2110 PRINTTAB(6)"D"SECONDI"
2120 PRINT"CIOE' "D*1000"MILLESIMI DI SEC"
2130 GOSUB11000

```

```

2140 GOSUB13000
2150 GOTO170
3000 REM-MASSE
3010 PRINT"QUAL'E' LA MASSA (IN KG) DELL'OGGETTO"
3020 PRINT"IN CONDIZIONE DI RIPOSO RISPETTO AL TUO"
3030 PRINT"SISTEMA DI RIFERIMENTO ?"
3040 INPUTM
3050 GOSUB12000
3060 IFFA=1THENGOSUB16000:GOSUB13000:GOTO170
3070 MM=M/FA:I=MM-M
3080 PRINT"LA MASSA DELL'OGGETTO IN MOVIMENTO E'"
3090 PRINT"AUMENTATA (RISPETTO AL TUO SISTEMA DI"
3100 PRINT"RIFERIMENTO),E L'INCREMENTO E' DI:"
3110 PRINTTAB(7)"I*1000"GRAMMI"
3120 I=I*1E9
3130 PRINT"PARI ALLA MASSA DI"
3135 PRINT"MI" "MILIONESIMI DI GRAMMO"
3140 GOSUB11000
3150 GOSUB13000:GOTO170
4040 PRINT"VUOI CAMBIARE TIPO DI CALCOLO ?"
5000 REM-SOMMA DELLE VELOCITA'
5010 PRINT"SUPPONI DI OSSERVARE UN'ASTRONAVE CHE"
5020 PRINT"SI MUOVE IN DIREZIONE PERPENDICOLARE"
5030 PRINT"A QUELLA IN CUI TU STAI GUARDANDO,CON"
5040 PRINT"UNA VELOCITA' V."
5050 PRINT"AD UN CERTO ISTANCE ESSA SPARA UN MIS-"
5060 PRINT"SILE NELLA STESSA DIREZIONE DEL MOTO,"
5070 PRINT"CON UNA VELOCITA' W (RISPETTO AD ESSA).".
5080 PRINT"LE LEGGI DELLA MECCANICA CLASSICA DICO-"
5090 PRINT"NO CHE RISPETTO A TE IL MISSILE SI MUO-"
5100 PRINT"VE CON VELOCITA' COMPLESSIVA"
5110 PRINTTAB(15)"V+W"
5120 GOSUB11000
5130 PRINT"EBBENE,SE LE VELOCITA' IN GIOCO SONO"
5140 PRINT"SUFFICIENTEMENTE ALTE,LA VELOCITA' COM-"
5150 PRINT"PLESSIVA DEL MISSILE HA UN VALORE INFE-"
5160 PRINT"RIRE (TALVOLTA MOLTO INFERIORE) A QUEL-"
5170 PRINT"LA CHE DOVREBBE AVERE SECONDO LA MECCA-"
5180 PRINT"NICA CLASSICA."
5190 PRINTTAB(10)"(PREMI UN TASTO)":GOSUB10000
5200 PRINT"INDICAMI LE DUE VELOCITA' V E W,ED"
5210 PRINT"IO TI CALCOLERO' LA VELOCITA' COMPLES-"
5220 PRINT"SIVA DEL MISSILE (RISPETTO A TE).".
5225 PRINT"LA VEL.DELLA LUCE E' 1.079496E9 KM/SEC"
5230 GOSUB11000
5235 C=1.079496E9
5240 INPUT"V=(IN KM/H)":V
5245 IFV<=0ORV>CTHEN5200
5250 INPUT"W=(IN KM/H)":W
5255 IFV<=0ORW>CTHEN5200
5260 GOSUB14000
5270 IFAL<1E-10THENGOSUB16000:GOSUB13000:GOTO5200
5280 R=(V+W)/(1+AL)
5290 GOSUB11000
5300 PRINT"LA VELOCITA' COMPLESSIVA E' DI"
5310 PRINTTAB(7)"R"KM/H"
5315 IFINT(R+.001)=V+WTHENGOSUB15000:GOSUB13000:GOTO5200
5320 F=C/R:F=INT(F*10000):F=F/10000
5325 IFF<=.99990RF=1THENPRINT"UGUALE ALLA VELOCITA' DELLA LUCE.":GOTO5350
5330 PRINT"F" "VOLTE PIU' PICCOLA DELLA"
5340 PRINT"VELOCITA' DELLA LUCE."
5350 GOSUB11000

```

```

5360 GOSUB13000
5370 GOTO5200
7000 END
10000 REM-ATTESA E INTRODUZIONE DATI
10010 GETA$:IFA$=""THEN10010
10020 A=VAL(A$):RETURN
11000 REM-BARRA ORIZZONTALE
11010 FORK=1TO40:PRINT"█";:NEXTK:RETURN
12000 REM-CALCOLO FATTORE RELATIVISTICO
12010 BE=V/2.9986E8:FA=SQR(1-BE^2)
12020 RETURN
13000 REM-RICHIESTA DI CONTINUAZIONE
13010 PRINT"VUOI CONTINUARE ?"
13020 GOSUB10000
13030 IFA$="S"THENRETURN
13040 PRINT"VUOI CAMBIARE TIPO DI CALCOLO ?"
13050 GOSUB10000
13060 IFA$="S"THEN10
13070 PRINT"OK - CIAO!!"
13080 END
14000 REM-TERMINE CORREZ.VELOCITA'
14010 C2=1.079496E9^2:AL=V*W/C2
14020 RETURN
15000 REM-CORREZ.RELAT.PICCOLA
15010 PRINT"SONO VALIDE LE FORMULE CLASSICHE:LA"
15020 PRINT"CORREZIONE STA FRA LA QUINTA E LA DECI-"
15030 PRINT"MA CIFRA DECIMALE.":GOSUB11000:RETURN
16000 REM-CORREZ.RELAT.TROPPO PICCOLA
16010 PRINTTAB(5)"LA CORREZIONE RELATIVISTICA E'"
16020 PRINTTAB(7)"ASSOLUTAMENTE TRASCURABILE:"
16030 GOSUB11000:RETURN

```

La subroutine 10000 serve sia per arrestare il programma in attesa che venga premuto un tasto, che per introdurre dei dati senza che sia necessario battere il RETURN.

La 11000 stampa la solita barra orizzontale.

La 12000 calcola il termine ($\beta = BE$) e il fattore di correzione relativistica ($= FA$)¹. La 13000 contiene la richiesta di continuazione per nuovi calcoli.

La 14000 calcola il secondo termine a denominatore nella formula di addizione delle velocità.

La 15000 informa l'operatore che la correzione relativistica è talmente piccola da non fornire differenze apprezzabili fra il calcolo classico e quello relativistico.

Ed infine la 16000 informa che la correzione relativistica è assolutamente trascurabile, al punto che neanche il Commodore 64 riuscirebbe a calcolarla. Fino alla linea 140 vengono stampate le opinioni offerte.

Nella linea 150 vengono rifiutate le risposte negative, nulle o maggiori di 4.

¹A titolo di curiosità: il Commodore 64 accetta anche variabili con più di due lettere, ma riconosce solo le prime due. Per esempio se battete BETA = 5 esso memorizzerà BE = 5. Lo sapevate?

Se la risposta è 4, alla linea 160 si ha un salto alla 5000 per la routine che riguarda la velocità.

Se invece la risposta è 1 o 2 o 3, dopo aver memorizzato il valore di A nella variabile B (per non perderlo con ulteriori ricorsi alla subroutine 10000), si ha la richiesta se si desidera operare con velocità espresse in km/h o in m/sec.

Nel primo caso (linea 205) si pone il flag $W = 1$.

La linea 215 serve per far tornare indietro il programma nel caso che la risposta non sia stata né K (cioè km/h) né M (cioè m/sec).

In 230-240 viene richiesta la velocità (costante) dell'oggetto in movimento.

In 250, se $W = 1$ (cioè se la velocità è espressa in km/h) si ha la trasformazione in m/sec.

La linea 260 effettua lo smistamento alle linee 1000, 2000, 3000 a seconda che l'opzione scelta inizialmente riguardi la contrazione delle lunghezze, la dilatazione del tempo o l'incremento di massa.

Cominciamo ad analizzare la routine 1000. Dopo aver introdotto la lunghezza L (in 1040) si ha il calcolo del fattore FA in 12000, e se $FA = 1$, la correzione è troppo piccola per essere apprezzata dal PET e si ha l'invio alla 16000 per informare l'operatore che la contrazione è assolutamente trascurabile, e quindi l'invio alla 13000 per la richiesta di continuazione.

Se ciò non avviene si ha il calcolo della lunghezza LL rispetto al corpo in moto (linea 1085) e dell'entità della contrazione

$$C = L - LL$$

Per maggior comodità dell'operatore tale accorciamento viene anche espresso in millimetri e in micron.

Dopo la richiesta di continuazione (linea 1190), si ha il rinvio alla linea 170 per un nuovo calcolo dello stesso tipo (grazie alla variabile ausiliaria B memorizzata in precedenza, il tipo di opzione rimane immutato).

Le routine 2000 e 3000 sono sostanzialmente identiche.

Passiamo alla 5000 per il calcolo della somma di due velocità.

Nelle linee 5010-5190 si ha una pagina esplicativa di ciò che il Commodore 64 sta per fare. Nella linea 5225 della pagina successiva, dopo aver avvertito l'operatore che dovrà introdurre i valori delle due velocità V e W, viene stampata la velocità della luce espressa in km/h (poiché sotto questa forma è poco nota).

In 5235-5255 vengono richiesti i valori delle due velocità V e W e, nel caso fossero negative, nulle o maggiori di c, la risposta è rifiutata e si ritorna alla 5200 cioè all'inizio della pagina. In 5260 si ha l'invio alla 14000 per il calcolo del termine di correzione delle velocità.

$$AL = \frac{VW}{c^2}$$

Se tale termine è più piccolo di 10^{-10} si ha l'invio alla 16000 perché la correzione è assolutamente trascurabile, alla 13000 per la richiesta di continuazione, e alla 5200 se si vuole ripetere un calcolo dello stesso tipo.

In 5280 si ha il calcolo del risultato relativistico R e la stampa dello stesso nella linea 5310.

Se il risultato relativistico corrisponde a quello classico ($V + W$) fino alla quarta cifra decimale (si tenga presente che le velocità normalmente prese in considerazione sono sempre numeri interi), allora la linea 5315 invia alla subroutine 15000, alla 13000 e alla linea 5200. Se ciò non avviene

si ha in 5320 il calcolo del rapporto $\frac{c}{R} = F$ che indica quante volte il risultato R è più grande di c .

Vengono eliminate le cifre decimali di F oltre la quarta.

Infine, se $F = 1$, si ha la constatazione che R uguaglia c .

A titolo indicativo, se le velocità in gioco sono dell'ordine di 1000 km/h, la correzione relativistica è assolutamente trascurabile (subroutine 16000). Se sono dell'ordine di 20000 km/h il risultato relativistico coincide ancora con quello classico (subroutine 15000). Ed infine per velocità dell'ordine di 100000 km/h comincia ad essere rivelata una piccola differenza fra i due risultati.

Miscellanea

Non è affatto detto che un computer possa essere impiegato a fini didattici solo su argomenti di matematica o di fisica.

I programmi che seguono intendono costituire solo un esempio di come il Commodore 64 possa essere utilmente sfruttato anche al di fuori dei canoni entro i quali normalmente esso opera per tradizione.

FRASI INUTILI

Più che un programma didattico è un *divertissement* con effetti abbastanza esilaranti, nato in seguito alla lettura di un articolo comparso nella terza pagina del *Corriere della sera*.

Come è specificato anche nel listato, esso è il risultato di una ricerca condotta dal prof. Marco Marchi dell'università di Pisa e dal prof. Piero Morosini, direttore di laboratorio presso l'Istituto superiore di sanità. Essi hanno stralciato un certo numero di frasi caratteristiche dalla legge sulla riforma sanitaria e da articoli pubblicati da vari giornali a commento della legge stessa, costituendo un nucleo di 70 frasi rappresentative.

Unendo opportunamente queste frasi fra di loro è possibile formare più di 6000000 di periodi differenti, perfettamente accettabili sotto il profilo sintattico o logico.


```

720 C$(9)=" LA RICONVERSIONE ED ARTICOLAZIONE PERIFERICA DEI SERVIZI"
730 C$(10)=" UN CORRETTO RAPPORTO FRA STRUTTURE E SOVRASTRUTTURE"
740 D$(1)=" NEL PRIMARIO INTERESSE DELLA POPOLAZIONE"
750 D$(2)=" SENZA PREGIUDICARE L'ATTUALE LIVELLO DELLE PRESTAZIONI"
760 D$(3)=" AL DI SOPRA DI INTERESSI E PRESSIONI DI PARTE"
770 D$(4)=" SECONDO UN MODULO DI INTERDIPENDENZA ORIZZONTALE"
780 D$(5)=" IN UNA VISIONE ORGANICA E RICONDOTTA A UNITA'"
790 D$(6)=" CON CRITERI NON DIRIGISTICI"
800 D$(7)=" AL DI LA' DELLE CONTRADDIZIONI E DIFFICOLTA' INIZIALI"
810 D$(8)=" IN MANIERA ARTICOLATA E NON TOTALIZZANTE"
820 D$(9)=" ATTRAVERSO I MECCANISMI DELLA PARTECIPAZIONE"
830 D$(10)=" SENZA PRECOSTITUZIONE DELLE RISPOSTE"
840 E$(1)=" SOSTANZIANDO E VITALIZZANDO"
850 E$(2)=" RECUPERANDO OVVERO RIVALUTANDO"
860 E$(3)=" IPOTIZZANDO E PERSEGUENDO"
870 E$(4)=" NON ASSUMENDO MAI COME IMPLICITO"
880 E$(5)=" FATTUALIZZANDO E CONCRETIZZANDO"
890 E$(6)=" NON SOTTACENDO MA ANZI PUNTUALIZZANDO"
900 E$(7)=" POTENZIANDO ED INCREMENTANDO"
910 E$(8)=" NON DANDO CERTO PER SCONTATO"
920 E$(9)=" EVIDENZIANDO ED ESPLICITANDO"
930 E$(10)=" ATTIVANDO ED IMPLEMENTANDO"
940 F$(1)=" NEI TEMPI BREVI,ANZI BREVISSIMI"
950 F$(2)=" IN UN'OTTICA PREVENTIVA E NON PIU' CURATIVA"
960 F$(3)=" IN UN AMBITO TERRITORIALE OMOGENEO,AI DIVERSI LIVELLI"
970 F$(4)=" NEL RISPETTO DELLA NORMATIVA ESISTENTE"
980 F$(5)=" NEL CONTESTO DI UN SISTEMA INTEGRATO"
990 F$(6)=" QUALE SUA PREMessa INDISPENSABILE E CONDIZIONANTE"
1000 F$(7)=" NELLA MISURA IN CUI CIO' SIA FATTIBILE"
1010 F$(8)=" CON LE DOVUTE ED IMPRESCINDIBILI SOTTOLINEATURE"
1020 F$(9)=" IN TERMINI DI EFFICACIA E DI EFFICIENZA"
1030 F$(10)=" A MONTE E A VALLE DELLA SITUAZIONE CONTINGENTE"
1040 G$(1)=" LA TRASPARENZA DI OGNI ATTO DECISIONALE"
1050 G$(2)=" LA NON SANITARIZZAZIONE DELLE RISPOSTE"
1060 G$(3)=" UN INDISPENSABILE SALTO DI QUALITA'"
1070 G$(4)=" UNA CONGRUA FLESSIBILITA' DELLE STRUTTURE"
1080 G$(5)=" L'ANNULLAMENTO DI OGNI GHETTIZZAZIONE"
1090 G$(6)=" IL COINVOLGIMENTO ATTIVO DI OPERATORI ED UTENTI"
1100 G$(7)=" L'APPIANAMENTO DELLE DISCREPANZE E DELLE DISCRASIE ESISTENTI"
1110 G$(8)=" LA RIDEFINIZIONE DI UNA NUOVA FIGURA PROFESSIONALE"
1120 G$(9)=" L'ADOZIONE DI UNA METODOLOGIA DIFFERENZIATA"
1130 G$(10)=" LA DEMEDICALIZZAZIONE DEL LINGUAGGIO"
1140 A1=INT(10*RND(TI)+1):B1=INT(10*RND(TI)+1)
1150 C1=INT(10*RND(TI)+1):D1=INT(10*RND(TI)+1)
1160 E1=INT(10*RND(TI)+1):F1=INT(10*RND(TI)+1)
1170 G1=INT(10*RND(TI)+1)
1180 PRINT"XXXXXXXXXX" A$(A1)B$(B1)C$(C1)D$(D1)E$(E1)F$(F1)G$(G1)
1190 PRINT"XXXXXXXXXX"VUOI CONTINUARE? ☐
1200 GETW$:IFW$="" THEN1200
1210 IFW$="S" THEN480
1220 PRINT"OK - SPERO DI ESSERTI STATO D'AIUTO!!"
1230 END
1240 PRINTTAB(10)"XXXXXXXXXX"PREMI UN TASTO<input type="checkbox"/>
1250 GETA$:IFA$="" THEN1250
1260 PRINT"<input type="checkbox"/>":RETURN

```

La struttura del programma è molto semplice.

Fino alla linea 470 si hanno due pagine di schermo esplicative, come cappello iniziale.

Le linee 490-500 sono coreografiche e simulano una azione di riflessione (che dura pochi secondi), necessaria per "partorire" il periodo letterario.

Le linee 520-1130 costituiscono il nucleo di frasi-base.

Esse sono suddivise in sette gruppi di stringhe

A\$	B\$	C\$	D\$	E\$	F\$	G\$
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

ciascuno formato da dieci stringhe.

Nelle linee 1140-1170 vengono generati casualmente sette numeri compresi fra 1 e 10

A1	B1	C1	D1	E1	F1	G1
----	----	----	----	----	----	----

e nella linea 1180 vengono stampate consecutivamente le stringhe corrispondenti a ciascuno dei sette numeri, una per ogni gruppo.

Il resto è chiaro: se si vuole ricominciare con un'altra frase, si ha un salto indietro alla linea 480.

Al solito, la subroutine 1240 serve per fermare il programma nelle prime due pagine di schermo.

ELIZA

Questo programma non è mio, ma è un adattamento per il Commodore 64 di un interessante lavoro creato da Joseph Weizenbaum¹ in linguaggio LISP.

L'ho tratto da un articolo della rivista BIT (anno 2 num. 4) in cui esso compare già tradotto in Basic.

Rappresenta un tentativo (abbastanza ben riuscito) di stabilire una simulazione di dialogo intelligente fra l'uomo e una macchina.

Con questo programma il Commodore 64 assume l'identità di una psicoanalista di nome Eliza, alla quale l'operatore può confidare i propri problemi (di qualunque natura essi siano), e instaurare così un dialogo coerente in cui la macchina (quasi sempre) risponde in modo logico e talvolta disarmante o ironico. La lingua inglese si presta in modo particolare, per sua natura, ad un programma di questo tipo.

I risultati sarebbero stati molto più scadenti sintatticamente se il programma fosse stato tradotto in italiano.

Comunque può essere usato ottimamente per esercitazioni in lingua inglese.

¹"ELIZA - A computer program for the study of natural language communication between man and machine" *COMM. ACM* 9,1 (Jan. 1966).

Occorre però un minimo di abilità (che del resto si acquista facilmente dopo qualche tentativo) per sfruttare al massimo la capacità di dialogo potenzialmente contenuta nel programma.

```

10 CLR:PRINT"███"
20 FORK=0TO1:POKE53280+K,3:NEXT
30 N1=38:N2=12:N3=115
40 FORK=1TON1+N2+N3+3:READK$:NEXT
50 PRINT"*****"
51 PRINT"███"
52 PRINT"███ ████████ ███ ██████████ ██████████ ██████████"
53 PRINT"███ ███ ████████ ███ ██████████ ██████████ ██████████"
54 PRINT"███ ████████ ███ ██████████ ██████████ ██████████"
57 PRINT"███ ███ ████████ ███ ██████████ ██████████ ██████████"
58 PRINT"███ ██████████ ██████████ ███ ██████████ ██████████ ██████████"
59 PRINT"███"
60 PRINT"*****"
70 PRINT"CON QUESTO PROGRAMMA PUOI AVERE UN"
71 PRINT"COLLOQUIO CON LA DOTTORESSA ELIZA"
72 PRINT"(PSICOANALISTA DI CHIARA FAMA E DI NA-"
73 PRINT"ZIONALITA' INGLESE). PUOI SOTTOPORLE I"
74 PRINT"TUOI PROBLEMI E RICEVERE UTILI CONSIGLI"
75 PRINT"PER RISOLVERLI."
76 PRINT"DOPO AVER BATTUTO LA DOMANDA , TERMINA"
77 PRINT"CON . O ! O ? PER FARLE CAPIRE CHE LA"
78 PRINT"STESSA E' FINITA."
79 PRINTTAB(10)"(PREMI UN TASTO)"
80 GETA$:IFA$=""THEN80
85 PRINT":A$=""
100 DIMS(38),R(38),N(38)
130 FORX=1TON1:READS(X),L:R(X)=S(X):N(X)=S(X)+L-1:NEXT
160 PRINT"CIAO,MI CHIAMO ELIZA."
161 FORJ=1TO3000:NEXT
162 PRINT"NON PARLO MOLTO BENE L'ITALIANO E PRO-"
164 PRINT"BABILMENTE PUO' TORNARTI UTILE PARLARE"
166 PRINT"CON ME IN INGLESE."
167 PRINT"QUINDI DA ORA IN POI PROSEGUIREMO IL"
168 PRINT"NOSTRO DIALOGO IN INGLESE."
170 FORJ=1TO5000:NEXT
190 PRINT"HI, I AM ELIZA. TELL ME YOUR PROBLEM"
195 GOSUB10000
200 L=1
210 IFMID$(I$,L,1)="/"THENI$=LEFT$(I$,L-1)+RIGHT$(I$,LEN(I$)-L):GOTO210
220 L=L+1:IFL<=LEN(I$)THEN210
280 RESTORE
290 S=0
300 FORK=1TON1
305 IFS>0THEN335
310 READK$
320 GOSUB15000
330 IFA<>0THENS=K:T=A:F$=K$
331 GOTO340
335 READS$
340 NEXTK
365 IFS>0THENK=S:L=T:GOTO400
370 K=N1:GOTO570
400 C$="":IFLEN(I$)-LEN(F$)-L+1>0THENC$=C$+RIGHT$(I$,LEN(I$)-LEN(F$)-L+1)
420 FORX=1TON2/2
430 READS$,R$
440 FORL=1TOLEN(C$)

```

```

450 IFL+LEN(S$)>LEN(C$)THEN510
480 IFMID$(C$,L,LEN(S$))<>S$THEN510
490 C$=LEFT$(C$,L-1)+R$+RIGHT$(C$,LEN(C$)-L-LEN(S$)+1)
495 L=L+LEN(R$)
500 GOTO540
510 IFL+LEN(R$)>LEN(C$)THEN540
520 IFMID$(C$,L,LEN(R$))<>R$THEN540
530 C$=LEFT$(C$,L-1)+S$+RIGHT$(C$,LEN(C$)-L-LEN(R$)+1)
540 NEXTL
550 NEXTX
555 IFMID$(C$,2,1)=" "THENC$=RIGHT$(C$,LEN(C$)-1)
560 GOTO580
570 FORX=1TON2:READR$:NEXT
580 FORX=1TOR(K):READF$:NEXT
590 R(K)=R(K)+1:IFR(K)>N(K)THENR(K)=S(K)
595 R$="":S$="":K$=""
600 I$=F$:K$="*":GOSUB15000:IFA=0THENPRINTF$:GOTO195
620 PRINTLEFT$(F$,A-1);C$:GOTO195
1050 DATA"CAN YOUR","CAN I","YOU ARE","YOU'RE","I DONT","I FEEL"
1060 DATA"WHY DONT YOU","WHY CANT I","ARE YOU","I CANT","I AM","IM"
1070 DATA"YOU ","I WANT","WHAT","HOW","WHO","WHERE","WHEN","WHY"
1080 DATA"NAME","CAUSE","SORRY","DREAM","HELLO","HI ","MAYBE"
1090 DATA"NO","YOUR","ALWAYS","THINK","ALIKE","YES","FRIEND"
1100 DATA"COMPUTER","ELIZA","MONEY","%$%"
1230 DATA" ARE "," AM "," WERE "," WAS "," YOU "," I "," YOUR "," MY "
1235 DATA" IVE "," YOUVE "," IM "," YOURE "
1300 REM
1330 DATA"DON'T YOU BELIEVE THAT I CAN*"
1340 DATA"PERHAPS YOU WOULD LIKE TO BE ABLE TO*"
1350 DATA"YOU WANT ME TO BE ABLE TO*"
1360 DATA"PERHAPS YOU DON'T WANT TO*"
1365 DATA"DO YOU WANT TO BE ABLE TO*"
1370 DATA"WHAT MAKES YOU THINK I AM*"
1380 DATA"DOES IT PLEASE YOU TO BELIEVE I AM*"
1390 DATA"PERHAPS YOU WOULD LIKE TO BE*"
1400 DATA"DO YOU SOMETIMES WISH YOU WERE*"
1410 DATA"DON'T YOU REALLY*"
1420 DATA"WHY DON'T YOU*"
1430 DATA"DO YOU WISH TO BE ABLE*"
1440 DATA"DOES THAT TROUBLE YOU?"
1450 DATA"TELL ME MORE ABOUT SUCH FEELINGS."
1460 DATA"DO YOU OFTEN FEEL*"
1470 DATA"DO YOU ENJOY FEELING*"
1480 DATA"DO YOU REALLY BELIEVE I DON'T*"
1490 DATA"PERHAPS IN GOOD TIME I WILL*"
1500 DATA"DO YOU WANT ME TO*"
1510 DATA"DO YOU THINK YOU SHOULD BE ABLE TO*"
1520 DATA"WHY CAN'T YOU*"
1530 DATA"WHY ARE YOU INTERESTED IN WHETHER OR NOT I AM*"
1540 DATA"WOULD YOU PREFER IF I WERE NOT*"
1550 DATA"PERHAPS IN YOUR FANTASIES I AM*"
1560 DATA"HOW DO YOU KNOW YOU CAN'T*"
1570 DATA"HAVE YOU TRIED?"
1580 DATA"PERHAPS YOU CAN NOW*"
1590 DATA"DID YOU COME TO ME BECAUSE YOU ARE*"
1600 DATA"HOW LONG HAVE YOU BEEN*"
1610 DATA"DO YOU BELIEVE IT IS NORMAL TO BE*"
1620 DATA"DO YOU ENJOY BEING*"
1630 DATA"WE WERE DISCUSSING YOU NOT ME"
1640 DATA"OH,I*"
1650 DATA"YOU'RE NOT REALLY TALKING ABOUT ME,ARE YOU?"
1660 DATA"WHAT WOULD IT MEAN TO YOU IF YOU GOT*"

```

1670 DATA"WHY DO YOU WANT*"
1680 DATA"SUPPOSE YOU SOON GOT*"
1690 DATA"WHAT IF YOU NEVER GOT*"
1700 DATA"I SOMETIMES ALSO WANT*"
1710 DATA"WHY DO YOU ASK?"
1720 DATA"DOES THAT QUESTION INTEREST YOU?"
1730 DATA"WHAT ANSWER WOULD PLEASE YOU THE MOST?"
1740 DATA"WHAT DO YOU THINK?"
1750 DATA"ARE SUCH QUESTIONS IN YOUR MIND OFTEN?"
1760 DATA"WHAT IS THAT YOU REALLY WANT TO KNOW?"
1770 DATA"HAVE YOU ASKED ANYONE ELSE?"
1780 DATA"HAVE YOU ASKED SUCH QUESTIONS BEFORE?"
1790 DATA"WHAT ELSE COMES TO MIND WHEN YOU ASK THAT?"
1800 DATA"NAMES DON'T INTEREST ME."
1810 DATA"I DON'T CARE ABOUT NAMES.PLEASE GO ON."
1820 DATA"IS THAT THE REAL REASON?"
1830 DATA"DON'T ANY OTHER REASONS COME TO MIND?"
1840 DATA"DOES THAT REASON EXPLAIN ANYTHING ELSE?"
1850 DATA"WHAT OTHER REASONS MIGHT THERE BE?"
1860 DATA"PLEASE DON'T APOLOGIZE!"
1870 DATA"APOLOGIES ARE NOT NECESSARY."
1880 DATA"WHAT FEELINGS DO YOU HAVE WHEN YOU APOLOGIZE?"
1890 DATA"DON'T BE SO DEFENSIVE!"
1900 DATA"WHAT DOES THAT DREAM SUGGEST TO YOU?"
1910 DATA"DO YOU DREAM OFTEN?"
1920 DATA"WHAT PERSONS APPEAR IN YOUR DREAMS?"
1930 DATA"ARE YOU DISTURBED BY YOUR DREAMS?"
1940 DATA"HOW DO YOU DO... PLEASE STATE YOUR PROBLEM."
1950 DATA"YOU DON'T SEEM QUITE CERTAIN."
1960 DATA"WHY THE UNCERTAIN TONE?"
1970 DATA"CAN'T YOU BE MORE POSITIVE?"
1980 DATA"YOU AREN'T SURE?"
1990 DATA"DON'T YOU KNOW?"
2000 DATA"WHY NO*"
2010 DATA"DON'T SAY NO ITS ALWAYS SO NEGATIVE"
2020 DATA"WHY NOT?"
2030 DATA"ARE YOU SURE?"
2040 DATA"WHY NO?"
2050 DATA"WHY ARE YOU CONCERNED ABOUT MY*"
2060 DATA"WHAT ABOUT YOUR OWN*"
2070 DATA"CAN'T YOU THINK OF A SPECIFIC EXAMPLE?"
2080 DATA"WHEN?"
2090 DATA"WHAT ARE YOU THINKING OF?"
2100 DATA"REALLY,ALWAYS?"
2110 DATA"DO YOU REALLY THINK SO?"
2120 DATA"BUT YOU ARE NOT SURE YOU*"
2130 DATA"DO YOU DOUBT YOU*"
2140 DATA"IN WHAT WAY?"
2150 DATA"WHAT RESEMBLANCE DO YOU SEE?"
2160 DATA"WHAT DOES THE SIMILARITY SUGGEST TO YOU?"
2170 DATA"WHAT OTHER CONNECTIONS DO YOU SEE?"
2180 DATA"COULD THERE REALLY BE SOME CONNECTIONS?"
2190 DATA"HOW?"
2200 DATA"YOU SEEM QUITE POSITIVE."
2210 DATA"ARE YOU SURE?"
2220 DATA"I SEE."
2230 DATA"I UNDERSTAND."
2240 DATA"WHY DO YOU BRING UP THE TOPIC OF FRIENDS?"
2250 DATA"DO YOUR FRIENDS WORRY YOU?"
2260 DATA"DO YOUR FRIENDS PICK ON YOU?"
2270 DATA"ARE YOU SURE YOU HAVE ANY FRIENDS?"


```

2280 DATA"DO YOU IMPOSE ON YOUR FRIENDS?"
2290 DATA"PERHAPS YOUR LOVE FOR FRIENDS WORRIES YOU"
2300 DATA"DO COMPUTERS WORRY YOU?"
2310 DATA"ARE YOU TALKING ABOUT ME IN PARTICULAR?"
2320 DATA"ARE YOU FRIGHTENED BY MACHINES?"
2330 DATA"WHY DO YOU MENTION COMPUTERS?"
2340 DATA"WHAT DO YOU THINK MACHINES HAVE TO DO WITH YOUR PROBLEM?"
2350 DATA"DON'T YOU THINK COMPUTERS CAN HELP PEOPLE?"
2360 DATA"WHAT IS IT ABOUT MACHINES THAT WORRIES YOU?"
2370 DATA"SAY, DO YOU HAVE ANY PSYCHOLOGICAL PROBLEMS?"
2380 DATA"WHAT DOES THAT SUGGEST TO YOU?"
2390 DATA"I SEE"
2400 DATA"I'M NOT SURE I UNDERSTAND YOU FULLY"
2410 DATA"COME COME ELUCIDATE YOUR THOUGHTS"
2420 DATA"CAN YOU ELABORATE ON THAT?"
2430 DATA"THAT IS QUITE INTERESTING."
2440 DATA"WHY DO YOU HAVE PROBLEMS WITH MONEY?"
2450 DATA"DO YOU THINK MONEY IS EVERYTHING?"
2460 DATA"ARE YOU SURE THAT MONEY IS THE PROBLEM?"
2470 DATA"I THINK WE WANT TO TALK ABOUT YOU, NOT ABOUT ME."
2480 DATA"WHAT'S ABOUT ME?"
2490 DATA"WHY DO YOU ALWAYS BRING UP MY NAME?"
2530 DATA1,3,4,2,6,4,6,4,10,4,14,3,17,3,20,2,22,3,25,3
2540 DATA28,4,28,4,32,3,35,5,40,9,40,9,40,9,40,9,40,9
2550 DATA49,2,51,4,55,4,59,4,63,1,63,1,64,5,69,5,74,2,76,4
2560 DATA80,3,83,7,90,3,93,6,99,7,116,3,113,3,106,7
10000 I$=" ":Z=1
10010 GETA$:IFA$=""THEN10010
10020 IFA$="."ORA$="!"ORA$="?"THENPRINTA$;A$=CHR$(13)
10022 IFA$=CHR$(13)THENPRINT:I$=I$+" ":RETURN
10030 IFASC(A$)=20THEN10010
10040 IFASC(A$)<32ORASC(A$)>90THEN10010
10060 PRINTA$;I$=I$+A$;Z=Z+1;GOTO10010
10100 IFZ=1THEN10010
10110 PRINTA$;Z=Z-1:I$=LEFT$(I$,Z);GOTO10010
15000 A=0
15010 A=A+1
15020 IFLEN(I$)-A<LEN(K$)-1THENA=0;RETURN
15030 IFMID$(I$,A,LEN(K$))=K$THENRETURN
15040 GOTO15010

```

L'unica innovazione consiste nel fatto che l'istruzione INPUT è stata sostituita con un ciclo di istruzioni GET, in modo da evitare la necessità di premere il tasto RETURN alla fine di ogni frase di domanda o di risposta dell'operatore.

Basta terminare la frase con un punto, un punto interrogativo o un punto esclamativo, ed Eliza capirà che può cominciare ad elaborare la risposta.

N1 è il numero di parole chiave contenute nelle linee 1050-1100.

N2 è il numero delle coniugazioni (linee 1230-1235) che permettono di trasformare

I in YOUR
MY in YOUR
ecc.

N3 è il numero di frasi di risposta e sono contenute nelle linee 1330-2490.

Quando Eliza deve rispondere, prima ricerca nella frase battuta dall'operatore le parole chiave, e poi fornisce la frase di risposta dopo averla coniugata.

Le frasi di risposta sono determinate dall'elenco di dati numerici contenuti nelle linee 2530-2560.

Se la frase di risposta termina con un asterisco, essa viene completata aggiungendo la frase coniugata rispetto a quella battuta dall'operatore. Ecco un esempio di come scorre il programma (E sta per Eliza ed O per operatore):

E - Hi, I am Eliza. Tell me your problem.

O - Computers.

E - Do computers worry you?

O - No.

E - Why no?

O - Because I work and amuse myself with them.

E - Is that the real reason?

O - Yes.

E - Are you sure?

O - Yes.

E - I see.

O - Have computers a mind?

E - Are you talking about me in particular?

O - Yes.

E - I understand.

O - But you have not answered to me.

E - We were discussing you not me.

O - Tonight I have made a beautiful dream.

E - What does that dream suggest to you?

O - That women are a great invention.

E - Say, do you have any psychological problems?

O - Are you a puritan computer?

E - Why are you interested in whether or not I am a puritan computer?

O - Because you change argument of discussion!

E - Oh, I change argument of discussion.

O - Or else you are distracted.

E - What makes you think I am distracted?

E si potrebbe continuare a volontà su questo tono.

Un'occhiata alle frasi di risposta contenute nel listing può suggerire altri validi argomenti di discussione.

FRATRIE

È una ricerca statistica sul numero di fratelli (maschi o femmine) che costituiscono un campione arbitrario di famiglie. Per esempio le famiglie degli studenti di una scuola.

La ricerca tende a dimostrare che la distribuzione dei maschi e delle femmine in ciascuna famiglia è equa e segue le leggi del calcolo delle probabilità.

L'argomento offre anche l'occasione di evidenziare come questa ricerca sia intimamente collegata con i coefficienti del triangolo di Tartaglia.

```

10 REM COPYRIGHT IN BASIC
12 REM VIA SEZZE 22 LATINA
14 REM TEL. 487631
20 CLR:PRINT"OK":POKE53280,10:POKE53281,3
25 DIMM(5,5)
30 PRINTTAB(7)"STATISTICA SULLE FRATRIE":GOSUB11000
40 PRINT"QUESTO PROGRAMMA RICEVE DATI SUI FIGLI"
50 PRINT"MASCHI E FEMMINE DI UN CERTO NUMERO DI"
60 PRINT"FAMIGLIE,E NE DEDUCE ALCUNI RISULTATI"
65 PRINT"DI DATI INTERESSANTI."
70 PRINT"PUO' ESSERE PROPOSTO AD UNA CLASSE DI"
75 PRINT"UNA SCUOLA O ADIRITTURA AGLI STUDENTI"
77 PRINT"DI TUTTA LA SCUOLA."
80 INPUT"QUANTE FAMIGLIE VUOI TRATTARE":N
90 PRINT"OK - ORA INTRODUCI I DATI,MA RICORDATI"
100 PRINT"DI FORNIRMI ANCHE I DATI RELATIVI AI"
105 PRINT"FIGLI (MASCHI O FEMMINE) DECEDUTI O"
110 PRINT"NATI MORTI."
120 GOSUB11000:PRINT
130 FORK=1TOH
140 PRINT"FAMIGLIA N."K
150 PRINT"QUANTI FIGLI HA ?":
160 GOSUB10500:PRINT#
165 F=A:TF=TF+F
170 PRINT"QUANTI DI LORO SONO MASCHI ?":
175 GOSUB10500:PRINT#
180 M=A:TM=TM+M
190 IFM>FTHENPRINT"ERRORE!!":GOTO140
210 M(F,M)=M(F,M)+1
390 NEXTK
400 PRINT"OK - ORA HO TUTTI I DATI SULLE"
410 PRINT"FAMIGLIE."
420 PRINT"PER SEMPLICITA' TERREMO CONTO SOLO"
430 PRINT"DELLE FAMIGLIE CON UN MINIMO DI 1 E UN"
440 PRINT"MASSIMO DI 5 FIGLI : LE FAMIGLIE PIU'"
450 PRINT"NUMEROSE SONO PIUTTOSTO RARE."
520 FF=TF-TM
525 GOSUB11000
530 PRINT"IN TUTTO CI SONO"TF"FIGLI DI CUI"
540 PRINTTM"SONO MASCHI,E"FF"SONO FEMMINE."
550 PM=INT(TM/TF*1000)/10:PF=100-PM
560 PRINT"CIOE' IL"PM"% SONO MASCHI E IL"
570 PRINTPF"% SONO FEMMINE."
575 GOSUB11000
580 PRINT"QUESTA STATISTICA E' PERO' PIUTTOSTO"
590 PRINT"OVVIA IN QUANTO GIA' SAPPIAMO CHE IL"

```

```

600 PRINT"NUMERO DEI MASCHI E' CIRCA UGUALE A"
610 PRINT"QUELLO DELLE FEMMINE."
630 GOSUB10000
640 PRINT"E' INVECE PIU' INTERESSANTE STUDIARE"
650 PRINT"LA SEGUENTE TABELLA:"
655 PRINT"    COPIALA SU UN FOGLIO DI CARTA"
660 GOSUB10000:PRINT"    "
670 PRINTTAB(9)"NUMERO FIGLI MASCHI"
680 GOSUB11000:PRINT
690 PRINTTAB(7)"0      1      2      3      4      5"
700 GOSUB11000:PRINT
710 FORX=1TO5:FORY=0TOX
715 PRINTTAB(6*(Y+1))M(X,Y);
720 NEXTY
725 PRINT:PRINT
730 NEXTX
735 GOSUB11000
737 PRINT"SECONDO FORK=1TO5:PRINTK:PRINT:NEXTK
738 PRINT"    ↑ NUMERO FIGLI PER FAMIGLIA"
740 GOSUB10000
1000 PRINT"SE UNA FAMIGLIA HA UN FIGLIO,ESSO PUO'"
1010 PRINT"ESSERE"
1020 PRINTTAB(8)"MM"TAB(15)"OPPURE"TAB(28)"F"
1030 PRINT"(DOVE DA ADESSO IN POI STA PER MAS-"
1040 PRINT"CHIO E  STA PER FEMMINA)."

```

```

1420 PRINTTAB(10)"MMFM      MFMF      FMFF"
1430 PRINTTAB(10)"MFMF      MFFM      FFMF"
1440 PRINTTAB(10)"FMMM      FMMF      FFFM"
1450 PRINTTAB(18)"FMFM"
1460 PRINTTAB(18)"FFMM"
1470 PRINT"1/16=  4/16=  6/16=  4/16=  1/16="
1480 PRINT"6.25%  25%  37.5%  25%  6.25%"
1490 PRINT:GOSUB11000:PRINT:GOSUB10000
1500 PRINT"ED INFINE SE I FIGLI SONO 5,LE SITUA-"
1510 PRINT"ZIONI POSSIBILI SONO:"
1520 PRINT"MMMMM MMMMF MMMFF MFFFF MFFFF FFFFF"
1530 PRINTTAB(8)"MMFM MFMF MFMF FMFF"
1540 PRINTTAB(8)"MFMF MFMF MFMF FMFF"
1550 PRINTTAB(8)"MFMF MFMF MFMF FMFF"
1560 PRINTTAB(8)"FMMM MFMF FMMF FFFM"
1570 PRINTTAB(14)"MFMF FMFM"
1580 PRINTTAB(14)"FMMF FMFM"
1590 PRINTTAB(14)"FMMF FMFM"
1600 PRINTTAB(14)"FMFM FMFM"
1610 PRINTTAB(14)"FFMM FFMF"
1620 PRINT"1/32=  5/32=  10/32=  10/32=  5/32=  1/32="
1630 PRINT"3.12% 15.62% 31.25% 31.25% 15.62% 3.12%"
1640 PRINT:GOSUB11000
1650 PRINT:GOSUB10000
1660 PRINT"EBBENE,ORA METTIAMO A CONFRONTO QUESTE"
1670 PRINT"PERCENTUALI CON QUELLE CHE POSSIAMO RI-"
1680 PRINT"CAVARE DALLA TABELLA CHE TI HO MOSTRATO"
1690 PRINT"ALLA FINE DEL PROGRAMMA PRECEDENTE."
1700 PRINT:GOSUB11000:PRINT:GOSUB10000
1710 FORX=1TO5
1720 PRINT"5FAMIGLIE CON"X"FIGLI"
1730 EP=0:PRINT
1740 FORY=0TOX
1750 PRINTM(X,Y)"FAMIGLIE CON"Y"FIGLI MASCHI"
1760 EP=EP+M(X,Y)
1770 NEXTY
1780 PRINT"FACENDO LA SOMMA (EVENTI POSSIBILI),SI"
1790 PRINT"OTTIENE ="EP
1800 PRINT"DIVIDENDO CIASCUN RISULTATO (EVENTI"
1810 PRINT"FAVOREVOLI) PER"EP",E MOLTIPLICANDO"
1820 PRINT"PER 100,SI OTTENGONO LE FREQUENZE SPE-"
1830 PRINT"RIMENTALI."
1840 PRINT"ESSE SONO RISPETTIVAMENTE:"
1850 FORY=0TOX
1860 IFEP=0THENPRINT"NON CI SONO FAMIGLIE CON"X"FIGLI":GOTO1890
1870 PRINT"PERC."Y"FIGLI MASCHI="INT(M(X,Y)/EP*100)/10
1880 NEXTY
1890 GOSUB10000
1900 NEXTX
1910 PRINT"COME PUOI NOTARE LE FREQUENZE SPERIMEN-"
1920 PRINT"TALI SI AVVICINANO ABBASTANZA ALLE PRO-"
1930 PRINT"BABILITA' TEORICHE:LA CORRISPONDENZA E'"
1940 PRINT"TANTO PIU' EVIDENTE QUANTO PIU' E' ALTO"
1950 PRINT"IL NUMERO GLOBALE DI FAMIGLIE TRATTATO."
1960 GOSUB11000
1970 PRINT"CIO' DIMOSTRA LA VALIDITA' DEL CALCOLO"
1980 PRINT"DELLE PROBABILITA',E L'EQUA DISTRIBU-"
1990 PRINT"ZIONE DEI MASCHI E DELLE FEMMINE DAL"
2000 PRINT"PUNTO DI VISTA STATISTICO."
2010 GOSUB11000
2020 PRINT:GOSUB10000
2030 PRINT"E' INFINE INTERESSANTE NOTARE COME IL"

```

```

2040 PRINT"NUMERO DI CONFIGURAZIONI PRESENTI NELLE"
2050 PRINT"COLONNE SCRITTE IN ROSSO ALL'INIZIO"
2060 PRINT"DI QUESTO PROGRAMMA,CORRISPONDANO ESAT-"
2070 PRINT"TAMENTE AI COEFFICIENTI DEL TRIANGOLO"
2080 PRINT"DI TARTAGLIA:"
2090 PRINTTAB(14)"1"
2100 PRINTTAB(11)"1 2 1"
2110 PRINTTAB(8)"1 3 3 1"
2120 PRINTTAB(5)"1 4 6 4 1"
2130 PRINT" 1 5 10 10 5 1"
2140 FORK=1TO40:PRINT".":NEXTK
2150 GOSUB11000
2160 PRINT"VUOI RIVEDERLE ?"
2170 GETA$:IFA$=""THEN2170
2180 IFA$="S"THEN1000
2190 PRINT"OK - CIAO!"
2210 END
10000 PRINTTAB(10)"(PREMI UN TASTO)"
10010 GETA$:IFA$=""THEN10010
10020 RETURN
10500 GETA$:IFA$=""THEN10500
10510 A=VAL(A$):RETURN
11000 FORK=1TO40:PRINT".":NEXT:RETURN

```

Come già accennato, il programma è abbastanza breve, in modo da consentire la trattazione anche di un grande numero di famiglie.

Le uniche subroutine sono la 10000 che serve sia per arrestare il programma che per introdurre i dati senza l'uso del RETURN, e la 11000 che serve a tracciare la solita barra orizzontale.

Dopo il dimensionamento di una variabile con due indici (linea 25), viene richiesto il numero di famiglie da trattare.

Successivamente, con un ciclo FOR NEXT (linee 130-390), viene richiesto per ciascuna famiglia il numero dei figli complessivi e il numero di figli maschi (le femmine ovviamente si ottengono per differenza).

La linea 210 costituisce un contatore che incrementa volta per volta il numero di famiglie aventi un certo numero di figli dei quali tot sono maschi.

Le linee 160 e 180 contengono anche dei contatori per il conteggio globale delle famiglie e dei figli maschi. In 190 c'è una segnalazione di errore nel caso in cui si batta un numero di figli maschi maggiore del numero globale dei figli.

In 520 viene calcolato per differenza il numero globale delle figlie femmine.

Il flag FL = 1 della linea 620 serve per stampare la stringa contenuta nella linea 10010.

Non resta ora che stampare la matrice M(X,Y) contenente i risultati numerici raccolti in tabella. La X indica il numero di figli e la Y il numero di figli maschi.

Essa viene stampata grazie a due cicli FOR NEXT annidati uno dentro l'altro (linee 710-730).

In cinque pagine di schermo successive viene mostrato come, a seconda del numero di maschi e femmine per le famiglie che hanno da uno a cinque figli, si può calcolare teoricamente la probabilità di quanti figli maschi esse possano avere.

Occorre conoscere il concetto di probabilità teorica, come è stato trattato nel decimo programma.

Per esempio consideriamo il caso in cui una famiglia abbia tre figli.

In ordine progressivo di nascita, possono verificarsi le seguenti situazioni:

MMM	MMF	MMF	FFF
	MFM	FMF	
	FMM	FFM	

dove M sta per maschio e F per femmina. Sono quindi 8 differenti situazioni possibili, e le probabilità che una famiglia con tre figli possa avere rispettivamente tre maschi, due maschi, un maschio e nessun maschio, sono nell'ordine

$$\frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$$

$$\frac{3}{8} = 0,375 = 37,5\%$$

$$\frac{3}{8} = 0,375 = 37,5\%$$

$$\frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$$

dove ogni probabilità corrisponde al rapporto fra numero di eventi favorevoli e numero di eventi possibili.

Fino alla linea 1630 il programma presenta appunto questi calcoli teorici. Si può notare come le configurazioni incolonnate siano nel numero

1 3 3 1

(nel caso di famiglie con tre figli) e come questi numeri corrispondano ai coefficienti del triangolo di Tartaglia

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & 1 & & 1 & & \\
 & 1 & & 2 & & 1 & \\
 & 1 & 3 & & 3 & 1 & \\
 & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & \\
 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 & \\
 \dots & & & & & & \\
 \dots & & & & & &
 \end{array}
 \quad \longleftarrow (M+F)^3$$

nel caso in cui si faccia il cubo del binomio $(M + F)^3$.

Questa corrispondenza non è casuale e può essere suscettibile di ulteriori approfondimenti. A questo punto vengono presi in considerazione i valori della tabella e vengono calcolate le frequenze sperimentali con cui sono presenti i maschi nelle famiglie con un numero di figli da 1 a 5. Se il numero di famiglie trattate è sufficientemente alto, si potrà constatare una buona corrispondenza fra risultati sperimentali e risultati teorici.

Premetto che se provate il programma con dei valori inventati, molto difficilmente potrete riscontrare tale corrispondenza.

Anche questa considerazione può risultare didatticamente utile per dimostrare come dati statistici inventati diano luogo a risultati arbitrari.

La linea 1760 contiene un contatore per sommare il numero di famiglie con un ugual numero di figli, ed ottenere così il numero EP di eventi possibili da mettere nel denominatore di ciascuna divisione.

EP viene azzerato all'inizio di ogni ciclo nella linea 1730.

Il calcolo delle frequenze sperimentali avviene alla linea 1870.

La linea 1860 è necessaria nel caso in cui il numero di famiglie trattato è piuttosto basso, e non c'è alcuna famiglia mettiamo con 4 figli.

In questa situazione si avrebbe $EP = 0$ e una divisione per zero in 1870 con interruzione del programma e segnalazione di errore.

Alla fine del programma (linee 2030-2130) viene messa in luce l'analogia del numero di eventi favorevoli con i coefficienti del triangolo di Tartaglia, e viene offerta all'operatore la possibilità di rivedere tutto il programma.

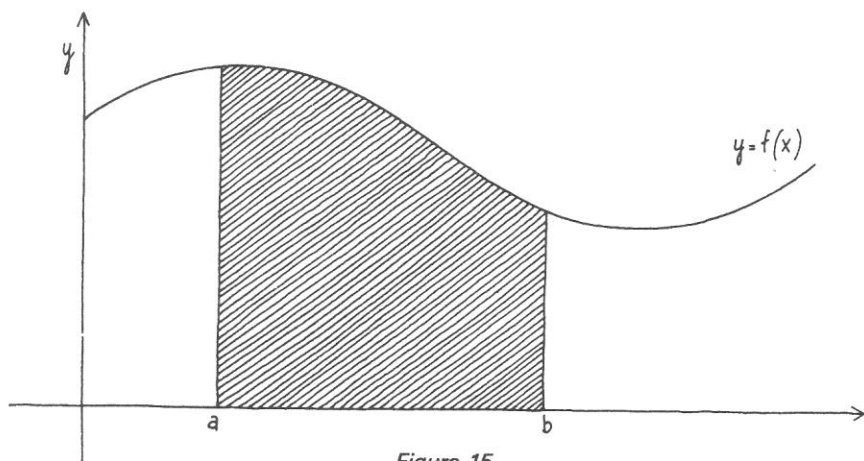
Analisi matematica

Fanno parte di questo paragrafo programmi che trattano argomenti che richiedono da parte del lettore la conoscenza della teoria dell'integrazione e dei concetti fondamentali dei metodi risolutivi delle equazioni differenziali.

Sono comunque abbastanza accessibili anche a studenti di scuole secondarie.

INTEGRALI DEFINITI

Sia data una funzione continua $y = f(x)$.



L'area della zona tratteggiata è data dall'integrale

$$A = \int_a^b f(x)dx$$

Tale area può essere calcolata in modo approssimato (ma con un errore di approssimazione piccolo quanto si vuole), suddividendo l'intervallo a , b in un numero n di intervallini uguali, aventi ciascuno ampiezza h , e applicando la formula di Thomas Simpson¹

$$A \cong \frac{h}{3} \left\{ f(a) + f(b) + 4 \cdot \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}} f[a + (2k-1) \cdot h] + 2 \cdot \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} f[a + 2kh] \right\}$$

L'applicazione di questa formula, scomoda da eseguire con carta e matita, è invece particolarmente adatta per un computer

```

10 REM COPYRIGHT IN BASIC
12 REM VIA SEZZE 22 LATINA
14 REM TEL. 487631
16 POKE 53280,10: POKE 53281,3
20 CLR:PRINT"X"
30 PRINTTAB(10)"INTEGRALI DEFININITI"
40 PRINT"CALCOLATI CON LA FORMULA DI SIMPSON"
50 GOSUB11000
60 PRINT"VUOI LE ISTRUZIONI ? ";
70 GOSUB10000:PRINT#
80 IFA$="S"THEN GOSUB12000
90 PRINT"BATTE LA FUNZIONE :";
100 INPUT"Y = ";Y#
110 PRINT"DEF FNA(X)= "Y#;PRINT"RUN200"
120 PRINT"PREMI ALTRE 2 VOLTE IL TASTO RETURN "
130 PRINT"END"
200 DEF FNA(X)= X
210 PRINT"OK - ORA FORNISCIMI GLI ESTREMI DI"
220 PRINT"INTEGRAZIONE :";
230 INPUT"LIMITES INFERIORE";LI
240 INPUT"LIMITES SUPERIORE";LS
250 GOSUB11000
260 INPUT"QUANTE SUDDIVISIONI (NUM.PARI)";S
270 PRINT"OK - UN ATTIMO DI PAZIENZA!"
280 PRINT":GOSUB11000
290 PRINT"NUM.SEZIONI","AREA"
300 PRINT"-----","-----"
310 DX=(LS-LI)/S:T=0
320 X=LI:Y=FNA(X):T=T+Y
330 X=LS:Y=FNA(X):T=T+Y
340 M=S/2:Z=0
350 FORK=1TOM
360 X=LI+DX*(2*K-1):Y=FNA(X):Z=Z+Y
370 NEXTK:T=T+4*Z
380 M=M-1:IFM=0THEN420
390 Z=0:FORK=1TOM
400 X=LI+DX*2*K:Y=FNA(X):Z=Z+Y
410 NEXTK:T=T+2*Z

```

¹Matematico inglese del 1700, studioso dei metodi di esaurimento.

```

420 A=DK*TI/3
430 PRINT"OK";A;" "
440 PRINT"OK":GOSUB11000
450 PRINT"ANCORA CON LA STESSA FUNZIONE ?"
460 GOSUB10000
470 IFA$="S"THEN210
480 PRINT"OK CON UNA FUNZIONE DIVERSA ?"
490 GOSUB10000
500 IFA$="S"THENCLR:GOTO90
510 PRINT"OK - CIAO!"
520 END
10000 REM-ATTESA E INGRESSO DATI
10010 GETA$:IFA$=""THEN10010
10020 A=VAL(A$):RETURN
11000 REM-BARRA ORIZZONTALE
11010 FORK=1TO40:PRINT"X ";:NEXTK:RETURN
12000 REM-ISTRUZIONI
12010 PRINT"QUANDO VEDRAI Y=? ■ BATTI LA FUNZIONE"
12020 PRINT"CHE VUOI ESAMINARE."
12030 PRINT"POI BATTI 2 VOLTE CONSECUTIVE IL TASTO"
12040 PRINT"RETURN."
12050 PRINT"SUCCESSIVAMENTE DOVRAI INDICARMI IL"
12060 PRINT"LIMITE INFERIORE E IL LIMITO SUPERIORE"
12070 PRINT"DI INTEGRAZIONE."
12080 PRINT"INFINE DEVI DIRMII IN QUANTE PARTI DEBBO"
12090 PRINT"SUDDIVIDERE L'INTERVALLO DELL'ASSE X"
12100 PRINT"COMPRESO FRA I DUE LIMITI CHE MI HAI"
12110 PRINT"DATO (DEVE ESSERE UN NUMERO PARIA DI"
12120 PRINT"PARTI). "
12130 PRINTTAB(10)"OK (PREMI UN TASTO)"
12140 GOSUB10000
12150 RETURN

```

Le subroutine sono al solito:

10000 per l'attesa e per l'ingresso dei dati;

11000 per la barra orizzontale;

12000 per le istruzioni.

La funzione da integrare viene introdotta nel listato in modo analogo a quanto già visto nel tredicesimo programma, mediante due colpi di RETURN consecutivi.

La comprensione del listato non dovrebbe presentare particolare difficoltà.

Vediamo alcuni esempi di funzionamento del programma.

Primo esempio

Sia data la parabola $y = x^2$ e la sua normale nel punto di ascissa 1.

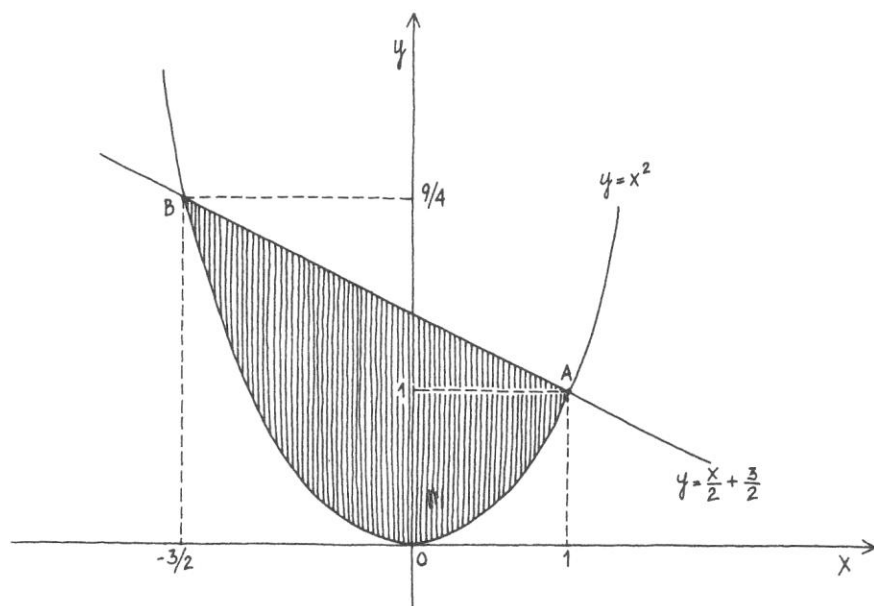


Figura 16

La normale ha equazione

$$y = -\frac{x}{2} + \frac{3}{2}$$

e le coordinate di A e B sono

$$A \equiv (1;1)$$

$$B \equiv \left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right)$$

Questi risultati possono anche essere calcolati con i programmi n. 1, 2 e 3.

Ora proponiamoci di calcolare l'area della zona tratteggiata. Si ha

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^1 \left(\frac{3-x}{2} - x^2 \right) dx = \left[\frac{3x}{2} - \frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{3} \right]_{-\frac{3}{2}}^1 = \frac{125}{48} = 2,604167$$

Ebbene, con il programma si ottiene lo stesso identico risultato dopo circa un secondo, con sole 10 suddivisioni.

Secondo esempio

Si abbiano le due cubiche

$$y = 3x^2 - 2x^3$$

$$y = -4x^3 + 6x^2 - 3x + 1$$

Il loro grafico (desumibile qualitativamente dal programma numero tredici), è il seguente.

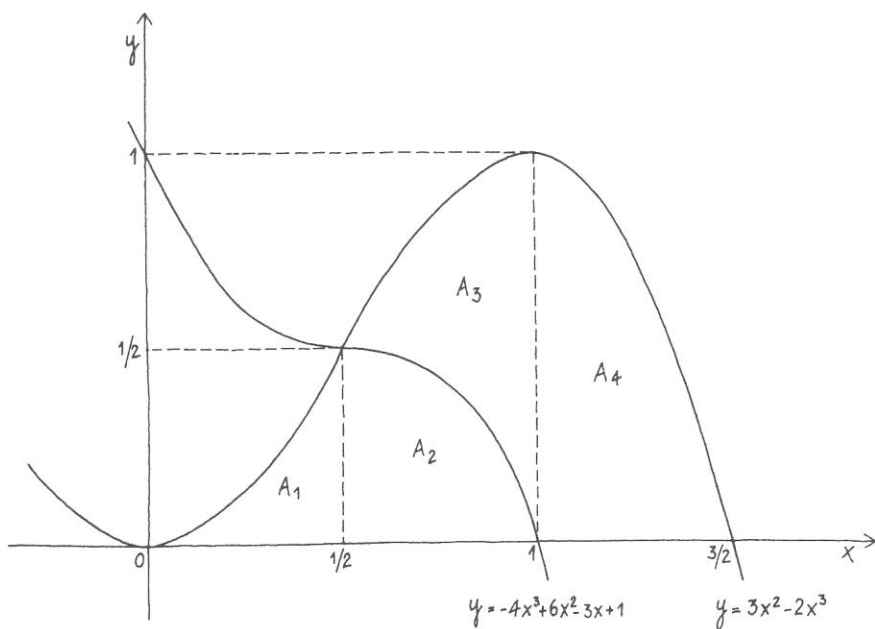


Figura 17

Le aree delle regioni A_1 , A_2 , A_3 , A_4 vengono anch'esse determinate esattamente dopo circa un secondo, con sole dieci suddivisioni. E si ha

$$A_1 = \int_0^{\frac{1}{2}} (3x^2 - 2x^3) dx = 0,09375$$

$$A_2 = \int_{\frac{1}{2}}^1 (-4x^3 + 6x^2 - 3x + 1) dx = 0,1875$$

$$A_3 = \int_{\frac{1}{2}}^1 [(3x^2 - 2x^3) - (-4x^3 + 6x^2 - 3x + 1)] dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 (2x^3 - 3x^2 + 3x - 1) dx = 0,21875$$

$$A_4 = \int_1^{\frac{3}{2}} (3x^2 - 2x^3) dx = 0,34375$$

Volendo si può ulteriormente perfezionare il programma inserendo la routine per trasformare il numero decimale finale in *frazione decimale* (vedi all'inizio di questo volume).

 INTEGRALI DOPPI

È consegnato con lo stesso criterio di base del programma precedente.

```

10 REM COPYRIGHT IN BASIC
12 REM VIA SEZZE 22 LATINA
14 REM TEL. 487631
16 POKE 53280,10 : POKE 53281,3
20 CLR:PRINT"██"
30 PRINTTAB(12)"INTEGRALI DOPPI"
40 GOSUB11000
50 PRINT"VUOI LE ISTRUZIONI ?"
60 GOSUB10000
70 IF A$="S" THEN GOSUB12000
80 PRINT"PREMI IL TASTO RETURN:"
90 INPUT F="":F$
100 PRINT"DEF FNA(X)="F$:PRINT"RUN200"
110 PRINT"PREMI ALTRE DUE VOLTE IL TASTO RETURN"
120 PRINT"███":END
200 DEF FNA(X)=X
205 IF QQ=1 THEN RETURN
210 PRINT"PREMI IL TASTO RETURN PER L'ESTR. INF. IN FUNZIONE DELLA Y:"
220 INPUT "X1 = ":X1$
230 PRINT"DEF FNB(Y)="X1$:PRINT"RUN300"
240 PRINT"PREMI ALTRE DUE VOLTE IL TASTO RETURN"
250 PRINT"███":END
300 DEF FNB(Y)=0
305 IF QQ=1 THEN RETURN
310 PRINT"PREMI IL TASTO RETURN PER L'ESTR. SUP. IN FUNZIONE DELLA Y:"
320 INPUT "X2 = ":X2$
330 PRINT"DEF FNC(Y)="X2$:PRINT"RUN400"
340 PRINT"PREMI ALTRE DUE VOLTE IL TASTO RETURN"
350 PRINT"███":END
400 DEF FNC(Y)=3
405 IF QQ=1 THEN RETURN
410 PRINT"OK - ORA FORNISCIMI GLI ESTREMI D'IN-"
420 PRINT"TEGRAZIONE LUNGO L'ASSE Y."
430 INPUT "LIMITE INFERIORE Y=":LI
440 INPUT "LIMITE SUPERIORE Y=":LS
450 GOSUB11000
460 INPUT "QUANTE SUDDIVISIONI (NUM.PARI)":S
470 PRINT"OK - UN ATTIMO DI PAZIENZA!"
490 REM-CALCOLO INTEGRALE DOPPIO
495 QQ=1:GOSUB200:GOSUB300:GOSUB400
500 DY=(LS-LI)/S:TY=0
510 Y=LI:X1=FNB(Y):X2=FNC(Y):GOSUB13000:TY=TY+XX
520 Y=LS:X1=FNB(Y):X2=FNC(Y):GOSUB13000:TY=TY+XX
530 MY=S/2:VY=0
540 FOR K=1 TO MY
550 Y=LI+DY*(2*K-1):X1=FNB(Y):X2=FNC(Y):GOSUB13000:VY=VY+XX
560 NEXT K:TY=TY+4*VY
570 MY=MY-1:IF MY=0 THEN GOTO 510
580 VY=0:FOR K=1 TO MY

```

```

590 Y=LI+DY*2*K:X1=FNB(Y):X2=FNC(Y):GOSUB13000:VY=VY+XX
600 NEXTK:TY=TY+2*VY
610 V=DY*TY/3
700 REM-STAMPA RISULTATI
710 PRINT"NUM.SEZIONI","VOLUME"
720 PRINT"_____", "_____"
730 PRINT"  "S:SPC(15)V
740 PRINT"  ":GOSUB11000
750 PRINT"ANCORA CON LA STESSA FUNZIONE ?"
760 GOSUB10000
770 IFA$="S"THEN410
780 PRINT"CON UNA FUNZIONE DIVERSA ?"
790 GOSUB10000
800 IFA$="S"THEN10
810 PRINT"OK - CIAO!"
820 END

10000 REM-ATTESA E INGRESSO DATI
10010 GETA$:IFA$=""THEN10010
10020 RETURN
11000 REM-BARRA ORIZZONTALE
11010 FORK=1TO40:PRINT"  ";NEXTK:RETURN
12000 REM-ISTRUZIONI
12010 PRINT"QUANDO VEDRAI F=?  BATTI LA FUNZIONE"
12020 PRINT"<CONTENENTE LE VARIABILI X ED Y>,E POI"
12030 PRINT"BATTI 2 VOLTE CONSECUTIVE IL TASTO"
12040 PRINT"RETURN."
12050 PRINT"SUCCESSIVAMENTE TI CHIEDERO' GLI ESTRE-"
12060 PRINT"MI D'INTEGRAZIONE IN FUNZIONE DELLA Y"
12070 PRINT"CON L'AVVISO X1=?  E CON X2=?  "
12080 PRINT"IN ENTRAMBI I CASI,DOPO AVERMELI DATI,"
12090 PRINT"BATTI 2 VOLTE CONSECUTIVE IL TASTO"
12100 PRINT"RETURN."
12110 GOSUB11000
12120 PRINT"INFINE TI CHIEDERO' I VALORI NUMERICI"
12130 PRINT"CHE COSTITUISCONO GLI ESTREMI D'INTE-"
12140 PRINT"GRAZIONE LUNGO L'ASSE Y,E IL NUMERO DI"
12150 PRINT"SUDDIVISIONI (NUMERO PARI) CHE DEBBO"
12160 PRINT"FARE."
12170 PRINTTAB(10)" (PREMI UN TASTO) "
12180 GOSUB10000
12190 RETURN
13000 REM-CALCOLO INTEGRALE CON Y COSTANTE
13010 DX=(X2-X1)/S:TX=0
13020 X=X1:F=FNA(X):TX=TX+F
13030 X=X2:F=FNA(X):TX=TX+F
13040 MX=S/2:VX=0
13050 FORJ=1TOMX
13060 X=X1+DX*(2*J-1):F=FNA(X):VX=VX+F
13070 NEXTJ
13080 TX=TX+4*VX
13090 MX=MX-1:IFMX=0THEN13130
13100 VX=0:FORJ=1TOMX
13110 X=X1+DX*2*J:F=FNA(X):VX=VX+F
13120 NEXTJ:TX=TX+2*VX
13130 XX=DX*TX/3
13140 RETURN

```

Il meccanismo di introduzione automatica di una linea nel listato, è ripetuto tre volte (linee 200, 300 e 400). Nella 200 viene inserita la funzione

$$f(x, y)$$

da integrare, e in 300 e 400 le due funzioni nella variabile y che costituiscono gli estremi d'integrazione dell'integrale più interno.

Primo esempio

Si voglia calcolare

$$\iint_D \frac{x^2 + y^2}{x + y} \, dx \, dy$$

dove D rappresenta il triangolo tratteggiato.

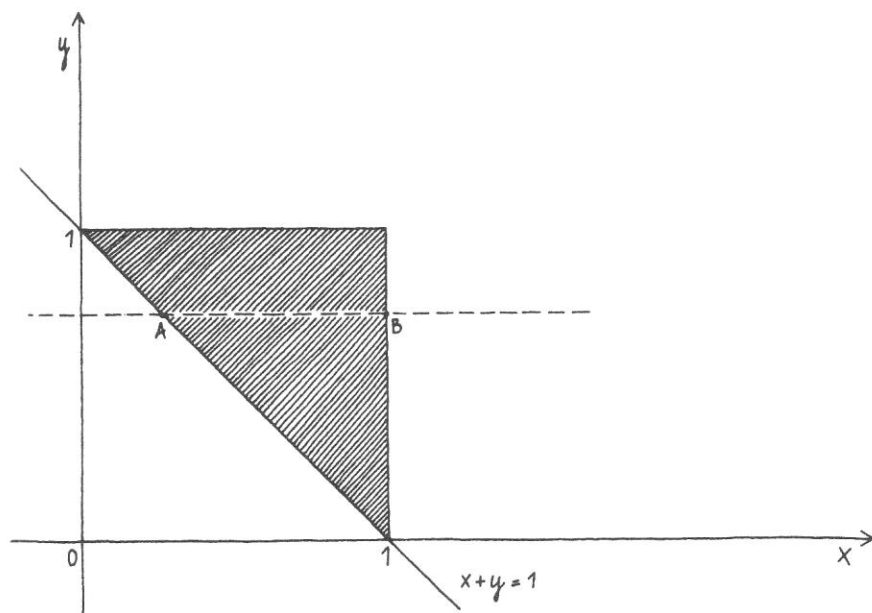


Figura 18

Una generica retta orizzontale taglia il triangolo nei punti A e B le cui ascisse sono rispettivamente

$$\begin{aligned} X_A &= 1-y \\ X_B &= 1 \end{aligned}$$

L'integrale

$$\int_{1-y}^1 \frac{x^2 + y^2}{x+y} dx$$

rappresenta l'area del rettangoloide avente come base il segmento AB , due lati perpendicolari al foglio e passanti per A e per B , e l'ultimo lato (curvilineo) costituito da una sezione della funzione integranda. Facendo variare la retta AB fra zero ed uno, si ottiene il volume del "prismoide" avente come base il triangolo tratteggiato. Quindi il volume è

$$\begin{aligned} V &= \iint_D \frac{x^2 + y^2}{x+y} dx dy = \int_0^1 dy \int_{1-y}^1 \frac{x^2 + y^2}{x+y} dx = \int_0^1 \left[\frac{x^2}{2} - xy + 2y^2 \log(x+y) \right]_{1-y}^1 dy = \\ &= \int_0^1 \left[y - \frac{3y^2}{2} + 2y^2 \log(y+1) \right] dy = \frac{4}{3} \log 2 - \frac{5}{9} = \\ &\cong 0,368636868 \end{aligned}$$

Sottoponendo il calcolo di questo volume al Commodore 64, batteremo

$$\begin{aligned} F &= (X!2 + Y!2)/(X + Y) \\ X1 &= 1 - Y \\ X2 &= 1 \end{aligned}$$

Gli estremi d'integrazione lungo l'asse y sono

$$\begin{aligned} y &= 0 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

e per un numero di suddivisioni = 10, dopo qualche secondo, si ottiene esattamente

$$V = 0,368636868$$

Secondo esempio

Si voglia calcolare

$$\iint_D = \frac{dx dy}{1+y}$$

dove D è il dominio tratteggiato delimitato dalle due parabole $y = x^2$ e $x = y^2$

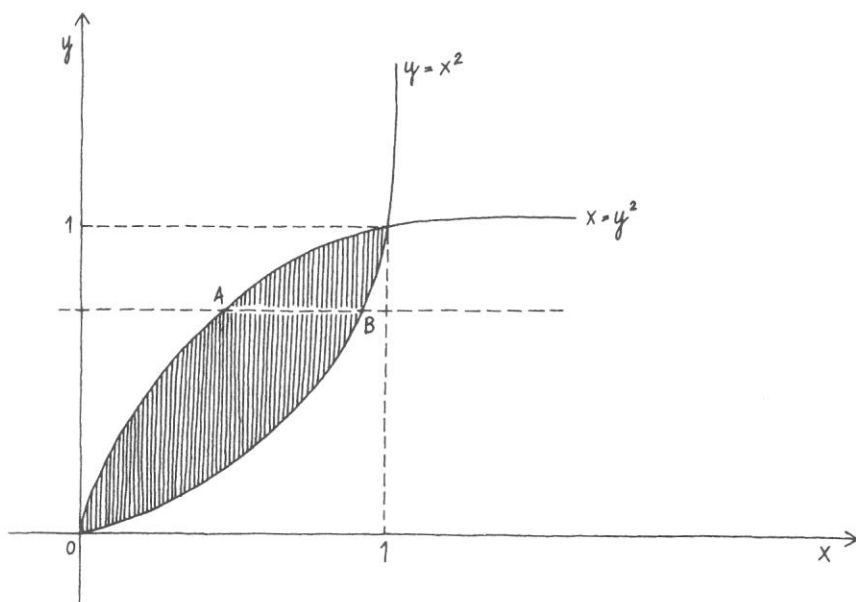


Figura 19

Le ascisse dei due punti A e B sono rispettivamente

$$\begin{aligned} x_A &= y^2 \\ x_B &= \sqrt{y} \end{aligned}$$

e perciò eseguendo i calcoli a mano, si ottiene

$$V = \iint_D \frac{dx \, dy}{1+y} = \int_0^1 \frac{dy}{1+y} \int_{y^2}^{\sqrt{y}} dx = \int_0^1 \frac{\sqrt{y} - y^2}{1+y} dy$$

da cui, risolvendo con il metodo di sostituzione ($t = \sqrt{y}$), si ha

$$V = \frac{5-\pi}{2} - \log 2 \cong 0,2360565$$

Sottoponendo il calcolo al Commodore 64, dovremo battere

$$\begin{aligned} F &= 1/(1+y) \\ X_1 &= Y!2 \\ X_2 &= \text{SQR}(Y) \end{aligned}$$

e con dieci suddivisioni, si ha dopo qualche secondo

$$V = 0.233436268$$

leggermente inferiori al valore teorico. Con 20 e con 30 suddivisioni si ha rispettivamente

$$V = 0.235140233$$

$$V = 0.235559394$$

con un avvicinamento progressivo al valore giusto.

Talvolta può far comodo considerare una retta *verticale* anziché orizzontale, e perciò gli estremi d'integrazione dell'integrale più interno sono in funzione della x (e non della y).

In questi casi basterà "cambiar nome" agli assi x ed y , scambiando anche le x con le y nella funzione F alla linea 200.

Il calcolo degli integrali doppi può risultare utile anche nella determinazione dei momenti d'inerzia.

INTEGRALI TRIPLI

È una ulteriore sofisticazione dei due programmi precedenti.

```

10 REM COPYRIGHT IN BASIC
12 REM VIA SEZZE 22 LATINA
14 REM TEL. 487631
20 CLR:PRINT" "
25 POKE53280,10:POKE53281,3
30 PRINTTAB(12)"INTEGRALI TRIPLI"
40 GOSUB11000
50 PRINT"VUOI LE ISTRUZIONI ?"
60 GOSUB10000
70 IFA$="S"THEN GOSUB12000
80 PRINT"BATTE LA FUNZIONE:"
90 INPUT"F=";F$
100 PRINT"200 DEF FNA(X)="F$;PRINT"RUN200"
110 PRINT"PREMI ALTRE DUE VOLTE IL TASTO RETURN"
120 PRINT" "
200 DEF FNA(X)=3*SIN(X)*COS(Y)
205 IFWW=1THENRETURN
210 PRINT"OK-ORA DAMMI GLI ESTREMI D'INTEGRAZIONE"
220 GOSUB11000
230 INPUT"LIN. INF. ASSE Z";ZI
240 INPUT"LIN. SUP. ASSE Z";ZS
250 INPUT"LIN. INF. ASSE Y";YI
260 INPUT"LIN. SUP. ASSE Y";YS
270 INPUT"LIN. INF. ASSE X";XI
280 INPUT"LIN. SUP. ASSE X";XS
290 GOSUB11000
300 INPUT"NUM. (PARI) DI SUDDIVISIONI=";S
310 PRINT"OK - UN ATTIMO DI PAZIENZA!"

```

```

320 REM-CALCOLO INTEGRALE IN Z
325 WW=1:GOSUB200
330 DZ=(ZS-ZI)/S:TZ=0
340 Z=ZI:GOSUB13000:TZ=TZ+YY
350 Z=ZL:GOSUB13000:TZ=TZ+YY
360 MZ=S/2:VZ=0
370 FORH=1TOMZ
380 Z=ZI+DZ*(2*H-1):GOSUB13000:VZ=VZ+YY
390 NEXTH
400 TZ=TZ+4*VZ
410 MZ=MZ-1:IFMZ=0THEN460
420 VZ=0:FORH=1TOMZ
430 Z=ZI+DZ*2*H:GOSUB13000:VZ=VZ+YY
440 NEXTH
450 TZ=TZ+2*VZ
460 RR=DZ*TZ/3
500 GOSUB11000
510 PRINT"NUM.SUDDIVISIONI","INTEGRALE TRIPLO"
520 PRINT"_____"
530 PRINTTAB(6)"S;SPC(15)RR
540 PRINT:GOSUB11000
1000 PRINT"ANCORA CON LA STESSA FUNZIONE ?"
1010 GOSUB10000
1020 IFA$="S"THEN210
1030 PRINT"CON UNA FUNZIONE DIVERSA ?"
1040 GOSUB10000
1050 IFA$="S"THEN10
1060 PRINT"OK - CIAO!"
1065 END
1070 END
10000 REM-ATTESA E INGRESSO DATI
10010 GETA$:IFA$=""THEN10010
10020 RETURN
11000 REM-BARRA ORIZZONTALE
11010 FORK=1T040:PRINT"█";NEXTK:RETURN
12000 REM-ISTRUZIONI
12010 PRINT"QUANDO COMPARIRA' F=? █ DOVRAI BATTE-"
12020 PRINT"RE LA FUNZIONE"
12030 PRINTTAB(15)"F=F(X,Y,Z)"
12040 PRINT"POI DOVRAI PREMERE 2 VOLTE CONSECUTIVE"
12050 PRINT"IL TASTO RETURN."
12060 GOSUB11000
12070 PRINT"QUINDI DOVRAI FORNIRMI GLI ESTREMI DI"
12080 PRINT"INTEGRAZIONE (COSTANTI) PER CIASCUNO"
12090 PRINT"DEI TRE ASSI X,Y,Z."
12100 PRINT"INFINE DOVRAI INDICARMI IL NUMERO"
12110 PRINT"(PARI) DI SUDDIVISIONI CHE DEBBO ESE-"
12120 PRINT"GUIRE LUNGO CIASCUN ASSE."
12130 PRINTTAB(10)"█(PREMI UN TASTO)█"
12140 GOSUB10000
12150 RETURN
13000 REM-CALCOLO INTEGRALE IN Y
13010 DY=(YS-YI)/S:TY=0
13040 Y=YI:GOSUB14000:TY=TY+XX
13050 Y=YS:GOSUB14000:TY=TY+XX
13060 MY=S/2:VY=0
13070 FORJ=1TOMY
13080 Y=YI+DY*(2*J-1):GOSUB14000:VY=VY+XX
13090 NEXTJ
13100 TY=TY+4*VY
13110 MY=MY-1:IFMY=0THEN13160
13120 VY=0:FORJ=1TOMY

```

```

13130 Y=YI+DY*2*J:GOSUB14000:VY=VY+XX
13140 NEXT J
13150 TY=TY+2*VY
13160 YY=DY*TY/3
13170 RETURN
14000 REM-CALCOLO INTEGRALE IN X
14010 DX=(XS-XI)/S:TX=0
14020 X=XI:F=FNA(X):TX=TX+F
14030 X=XL:F=FNA(X):TX=TX+F
14040 MX=S/2:VX=0
14050 FORK=1TOMX
14060 X=XI+DX*(2*K-1):F=FNA(X):VX=VX+F
14070 NEXTK
14080 TX=TX+4*VX
14090 MX=MX-1:IFMX=0THEN14140
14100 VX=0:FORK=1TOMX
14110 X=XI+DX*2*K:F=FNA(X):VX=VX+F
14120 NEXTK
14130 TX=TX+2*VX
14140 XX=DX*TX/3
14150 RETURN

```

Non occorrono particolari delucidazioni: basta osservare che con la subroutine 14000 viene eseguita l'integrazione lungo l'asse x , con la subroutine 13000 l'integrazione lungo l'asse y , ed infine (linee 360-460) l'integrazione lungo l'asse z .

Il programma può essere utilizzato, per esempio, nella determinazione dei baricentri dei solidi oltre che nel calcolo dei momenti d'inerzia.

CALCOLO DELLE AREE CON IL METODO DI MONTECARLO

Il calcolo di un'area può anche essere effettuato con un metodo legato alla casualità (da questo il suo nome), che ha la caratteristica di essere

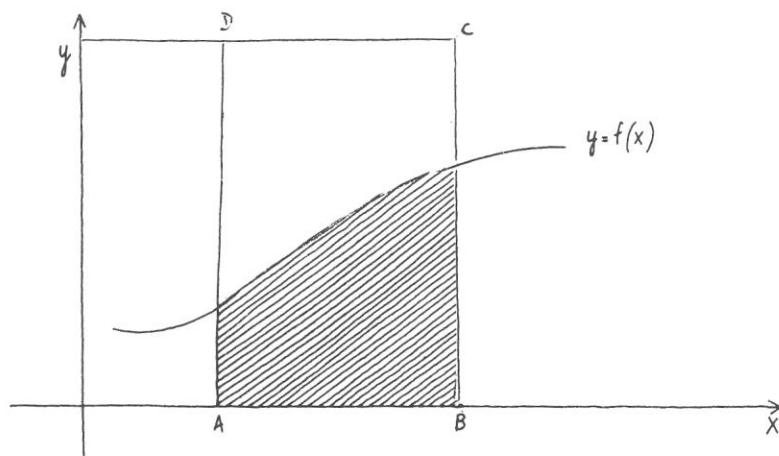


Figura 20

concettualmente molto semplice, e di non richiedere la conoscenza dell'analisi infinitesimale.

Si abbia una funzione $y = f(x)$ continua in un intervallo A, B .

Consideriamo il rettangolo $ABCD$ che contenga la regione tratteggiata di cui vogliamo determinare la superficie. Immaginiamo di prendere N punti interni al rettangolo con un criterio rigorosamente casuale. Alcuni di essi cadranno nella regione tratteggiata, ed altri nella rimanente parte del rettangolo: indichiamo con J il numero di quelli che si trovano nella regione tratteggiata.

Si può capire intuitivamente come esista una proporzione fra la superficie da determinare, la superficie del rettangolo e i numeri J e N .

Chiaramente questa proporzionalità comincerà a essere evidenziata solo per un numero di punti N sufficientemente alto.

Il seguente programma applica appunto questo criterio

```

10 REM COPYRIGHT IN BASIC
12 REM VIA SEZZE 22 LATINA
14 REM TEL. 487631
16 POKE53280,10:POKE53281,3
20 CLR:PRINT"██"
25 PRINTTAB(11)"INTEGRALI DEFINITI"
30 FORK=1TO40:PRINT"K=";K:NEXT
40 PRINT"███QUESTO PROGRAMMA CALCOLA L'INTEGRALE"
50 PRINT"DEFINITO DI UNA FUNZIONE CON IL METODO"
60 PRINT"DI MONTECARLO."
70 PRINT"█ BATTI LA FUNZIONE : "
100 INPUT"███f' = ";Y$
110 PRINT"███10000 DEFFNY(X)="Y$
120 PRINT"RUN150"
125 PRINT"█"
130 POKE198,3:FORK=0TO2:POKE631+K,13:NEXT
140 END
150 POKE198,0
160 PRINT"███OK - ORA FISSA GLI ESTREMI DI INTEGRA-"
170 PRINT"ZIONE : "
180 INPUT"███LIMITE INFERIORE X = ";A
190 INPUT"███LIMITE SUPERIORE X = ";B
200 PRINT"███OK - ORA DAMMI L'ALTEZZA DEL RETTANGOLO"
210 PRINT"(POGGIATO SULL'ASSE X) CHE CONTIENE LA"
220 PRINT"FUNZIONE NELL'INTERVALLO FRA" A
230 PRINT"E" B
240 INPUT"███ALTEZZA = ";H
250 INPUT"███PER QUANTI PUNTI DEVO PROVARE";N
1000 REM CALCOLO
1010 J=0:GOSUB10000
1020 FORK=1TON
1030 X=(B-A)*RND(TI)+A
1040 Y=H*RND(TI)
1050 IFY<=FNY(X)THENJ=J+1
1060 NEXT
1070 S=(B-A)*H*J/N
1500 PRINT"███IL VALORE APPROSSIMATO DELL'AREA E' : "
1510 PRINTTAB(10)"███S = "S
1600 PRINT"███VUOI CAMBIARE N ?";

```

```

1610 GETR$:IFR$="" THEN 1610
1615 PRINTR$
1620 IFR$="S" THEN INPUT "N = ";N:GOTO 1000
1630 PRINT "VUOI CAMBIARE FUNZIONE ?";
1640 GETR$:IFR$="" THEN 1640
1645 PRINTR$
1650 IFR$="S" THEN 10
1660 PRINT "OK - CIAO!!"
1670 END
10000 DEFFNY(X)=SIN(X)*COS(X)
10010 RETURN

```

Per semplicità abbiamo considerato il rettangolo sempre poggiato sull'asse X , e ciò impedisce il calcolo di aree negative: lasciamo al lettore la facoltà di completare il programma prevedendo una quota variabile anche per la base inferiore del rettangolo.

Vi stupirete nel constatare con quanta rapidità otterrete risultati precisi anche con un numero N di punti piuttosto limitato. Attenzione però a scegliere oculatamente l'altezza del rettangolo perché se l'area incognita non è completamente contenuta nel rettangolo, il risultato sarà errato ma non per colpa del metodo di Montecarlo.

Ancora fisica

Si abbia una funzione del tipo

$$y = a \operatorname{sen} x + b \cos x \quad *$$

Vogliamo dimostrare che essa corrisponde ad una senoide.¹
Poniamo

$$\begin{aligned} b &= \varrho \operatorname{sen} \vartheta \\ a &= \varrho \cos \vartheta \end{aligned} \quad **$$

dove ϱ e ϑ corrispondono ad opportuni valori numerici che possono essere calcolati nel modo seguente.

Dividendo membro a membro le (**), si ottiene

$$\frac{b}{a} = \operatorname{tg} \vartheta$$

cioè

¹Dove x ed y sono variabili, mentre a e b sono costanti.

$$\vartheta = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$$

Invece elevando al quadrato le (**) e sommando membro a membro, si ottiene

$$b^2 = \varrho^2 \sin^2 \vartheta$$

$$a^2 = \varrho^2 \cos^2 \vartheta$$

$$a^2 + b^2 = \varrho^2 (\sin^2 \vartheta + \cos^2 \vartheta)$$

cioè

$$\varrho = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Dopo aver calcolato ϑ e ϱ , sostituiamo le (**) nella (*).

$$y = \varrho \cos \vartheta \sin x + \varrho \sin \vartheta \cos x$$

$$y = \varrho (\sin x \cos \vartheta + \cos x \sin \vartheta)$$

$$y = \varrho \sin (x + \vartheta)$$

dove ϑ e ϱ hanno i valori prima calcolati. Quest'ultima funzione rappresenta chiaramente un senoide con ampiezza massima ϱ e sfasamento ϑ .

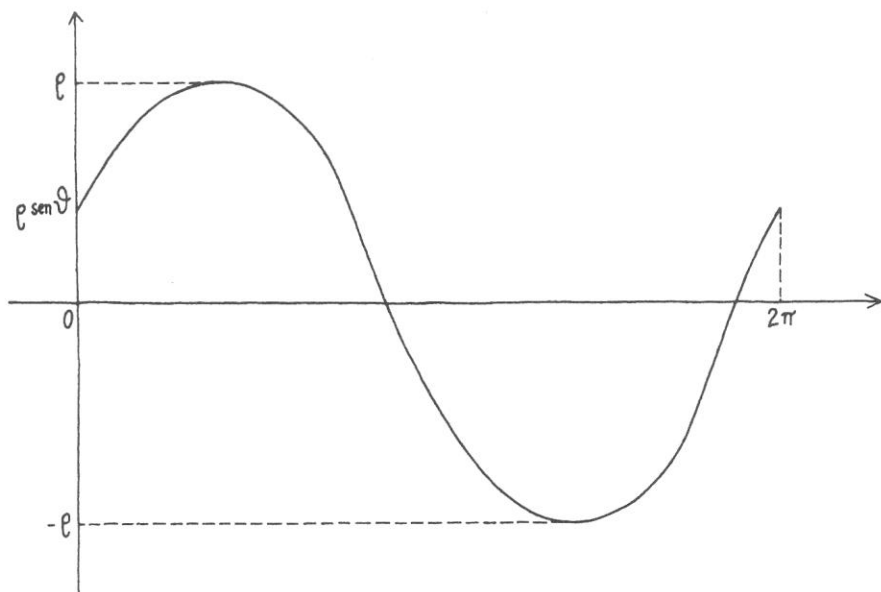


Figura 21

Essa è corrispondente al moto armonico generato dalla proiezione sul diametro verticale di un punto P che si muove con moto circolare uniforme su una circonferenza di raggio ϱ con angolo iniziale ϑ .

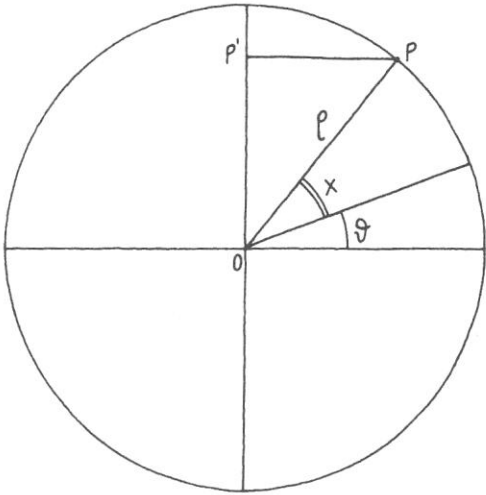


Figura 22

Dopo questo preambolo teorico, possiamo affermare che ogni funzione del tipo

$$y = a \operatorname{sen} x + b \cos x$$

corrisponde ad una senoide (detta anche armonica perché deriva dal moto armonico), con

angolo di fase = $\vartheta = \operatorname{artg} \frac{b}{a}$
ampiezza armonica = $\varrho = \sqrt{a^2 + b^2}$
componente seno = a
componente coseno = b

Ebbene, Fourier dimostrò che una qualsiasi funzione $y = f(x)$ periodica o aperiodica (in questo caso possiamo immaginare che il periodo sia infinito), può sempre essere scomposta nella seguente serie trigonometrica

$$\begin{aligned} f(x) = & a_0 + a_1 \operatorname{sen} x + b_1 \cos x + \\ & + a_2 \operatorname{sen} 2x + b_2 \cos 2x + \\ & + a_3 \operatorname{sen} 3x + b_3 \cos 3x + \\ & \dots\dots\dots \\ & + a_n \operatorname{sen} nx + b_n \cos nx \end{aligned}$$

cioè in un certo numero di armoniche: infatti ogni riga corrisponde ad una particolare sinusoide con opportuno angolo di fase, opportuna ampiezza e frequenze multiple fra loro.

In altre parole una generica funzione $y = f(x)$ può sempre essere scomposta in una serie di opportune sinusoidi che, sommate fra loro, restituiscono la funzione iniziale.

Se essa ha una forma piuttosto complicata, sarà necessario un numero di armoniche (o sinusoidi) via via più alto.

Questo programma effettua appunto questo lavoro di scomposizione e fornisce le caratteristiche di ciascuna armonica.

```

10 POKE53280,10:POKE53281,3
20 CLR:PRINT" "
25 DG=10:PW=70
30 PRINTTAB(11)"ANALISI DI FOURIER"
40 PRINT:FORK=1TO40:PRINT" ";:NEXTK
50 PRINT"STABILISCI IL NUMERO DI PUNTI CON I"
60 PRINT"QUALI SARA' COSTITUITA LA CURVA IN ESAME"
70 INPUT"QUANTI PUNTI (11-254)";NO
80 IFNO<11ORNO>255THEN10
90 DIMWV(NO),HB(NO)
100 PRINT"OK - ORA SCEGLI FRA LE SEGUENTI OPZIONI"
170 PRINT"1-ONDA CON CARATTERISTICHE SCELTE DA TE"
180 PRINT"1-SINUSOIDE"
190 PRINT"2-ONDA QUADRA"
200 PRINT"3-ONDA TRIANGOLARE"
210 PRINT"4-ONDA FRASTAGLIATA"
220 PRINT"5-SINUSOIDE TOSATA"
250 INPUT"QUALE SCEGLI";OP
260 IFOP<>0THEN290
270 GOSUB1000
280 GOTO330
290 IFOP>0ANDOP<6THEN320
300 PRINT"SCelta NON PREVISTA.RIPROVA"
310 GOTO170
320 ON OP GOSUB1100,1200,1300,1400,1500
330 INPUT"VUOI IL GRAFICO";Y#
340 IFLEFT$(Y#,1)="S"THENGOSUB3000
370 PR=0
420 P=INT(NO/DG)
430 FORI=1TOP
440 DX=2*pi/NO
450 CS=0
460 SS=0
480 FORJ=1TONO
490 TM=I*J*DX
500 CS=CS+WV(J)*COS(TM)
510 SS=SS+WV(J)*SIN(TM)
520 NEXTJ
540 AN=2*CS/NO
560 BN=2*SS/NO
580 HA=SQR((AN*AN)+(BN*BN))
585 HB(I)=HA
600 PA=ATN(AN/BN)
610 PRINT"ARMONICA NUMERO ";I
620 PRINT"COMP.COSEN0= ";AN
625 PRINT"COMP.SENO= ";BN

```

```

630 PRINT"AMPIEZZA ARMONICA= ";HA
640 PRINT"ANG. DI FASE(IN RAD.)= ";PA
650 PRINT
665 NEXTI
670 FG=1
680 INPUT"VUOI L'ISTOGRAMMA DELLE ARMONICHE";Y$
690 IFLEFT$(Y$,1)="S"THENGOSUB6000
720 IFFG=0THENPRINT"OK - CIAO!"
725 END
730 FG=0
740 INPUT"VUOI IL LOG. DELLE AMPIEZZE";Y$
750 IFLEFT$(Y$,1)<>"S"THENPRINT"OK - CIAO!"
760 END
770 HB(I)=LOG(HB(I))
780 NEXTI
790 GOTO690
1000 INPUT"NOME DELL'ONDA";HD$
1020 PRINT"CI SONO ";NO;" PUNTI IN ASCISSA."
1030 FORI=1TONO
1040 PRINT"DIGITALIZZA L'ORDINATA PER CIASCUN"
1041 PRINT"PUNTO IN ASCISSA."
1045 FORI=1TONO
1050 PRINT"ORDINATA DEL" I "° PUNTO=";:INPUTWV(I)
1060 NEXTI
1070 PRINT"OK"
1080 RETURN
1100 HD$="SINUSOIDE"
1120 FORI=1TONO
1130 WV(I)=SIN(I/NO*2*PI)*100
1140 NEXTI
1150 RETURN
1200 HD$="ONDA QUADRA"
1220 TM=NO/2
1230 FORI=1TOTM
1240 WV(I)=-100
1250 NEXTI
1260 FORI=TM+1TONO
1270 WV(I)=+100
1280 NEXTI
1290 RETURN
1300 HD$="ONDA TRIANGOLARE"
1310 TM=0
1315 FORI=1TOINT(NO*.25)
1320 WV(I)=TM
1325 TM=TM+10
1330 NEXTI
1335 FORJ=1TOINT(NO*.75)
1340 WV(J)=TM
1345 TM=TM-10
1350 NEXTJ
1355 FORI=J+1TONO
1360 WV(I)=TM
1365 TM=TM+10
1370 NEXTI
1375 RETURN
1400 HD$="ONDA FRASTAGLIATA"
1420 TM=-NO*5
1430 FORI=1TONO
1440 WV(I)=TM
1450 TM=TM+10
1460 NEXTI
1470 RETURN

```

```

1500 GOSUB1100
1530 FORI=1TONO
1540 IFWV(I)>85THENWV(I)=85
1550 IFWV(I)<-85THENWV(I)=-85
1560 NEXTI
1565 HD$="SINUSOIDE TOSATA"
1570 RETURN
3000 PRINT"GRAFICO DI ";HD$
3020 GOSUB4500
3030 PRINT"LIMIT. INFERIORE=";MN
3040 PRINT"LIMIT. SUPERIORE=";MX
3050 PRINT"CI SONO ";NO;"PUNTI"
3060 FORI=1TO39
3070 PRINT"+";
3080 NEXTI
3090 PRINT
3100 FORI=1TONO
3110 PRINT"+";
3120 TW=MX-MN
3130 SP=INT(((WV(I)-MN)/TW*36)+0.5)
3140 IFSP>0THEN3170
3150 PRINT"*"
3160 GOTO3180
3170 PRINTSPC(SP);"*"
3180 NEXTI
3190 RETURN
4500 MX=WV(1)
4520 MN=WV(1)
4530 FORI=2TONO
4540 IFWV(I)>MXTHENMX=WV(I)
4550 IFWV(I)<MNTHEMN=WV(I)
4560 NEXTI
4570 RETURN
6000 GOSUB7500
6020 FORK=1TOP
6030 SP=INT(((HB(K)/MX)*38)+0.5)
6040 FORL=1TOSP
6050 PRINT"*";
6060 NEXTL
6070 PRINT
6080 NEXTK
6090 RETURN
7500 MX=HB(1)
7520 FORK=2TOP
7530 IFHB(K)>MXTHENMX=HB(K)
7540 NEXTK
7550 RETURN

```

Il programma non è mio ma è preso dalla rivista *Practical computing*, e purtroppo non conosco il nome dell'autore. Io l'ho solo tradotto e leggermente modificato.

Esso permette l'analisi di una funzione con caratteristiche scelte dall'operatore (ed in questo caso occorrerà fornire al Commodore 64 le ordinate dei punti della funzione da studiare), oppure di alcune funzioni caratteristiche:

onda sinusoidale
 onda quadra
 onda triangolare
 onda frastagliata
 senoide tosata

In ogni caso, a richiesta, il Commodore 64 fornirà anche il grafico della funzione in studio, l'istogramma delle ampiezze e quello del logaritmo delle ampiezze.

RESISTENZE E CAPACITÀ

```

10 REM COPYRIGHT IN BASIC
12 REM VIA SEZZE 22 LATINA
14 REM TEL. 487631
16 POKE53280,10:POKE53281,3
20 CLR:PRINT" "
30 PRINTTAB(9)"RESISTENZE E CAPACITA'"
40 PRINTTAB(9)"IN SERIE E IN PARALLELO"
50 GOSUB11000
60 PRINT"PUOI TRATTARE RESISTENZE O CAPACITA'"
70 PRINT"QUALE SCEGLI ?"
80 GOSUB10000
90 IFA$="R"THENGOSUB12000:GOTO120
100 IFA$="C"THENGOSUB13000:GOTO120
110 GOTO80
120 GOSUB11000
125 OP$="CAPACITA'":IFA$="R"THENOP$="RESISTENZE"
130 PRINT"OK- ORA DIMMI : CONOSCI TUTTE E TRE LE"
140 PRINTOP$?"
150 GOSUB10000
160 IFA$="S"THEN1000
170 PRINT"ALLORA QUALE CONOSCI ?"
180 PRINT"(BATTI 1 , 2 O 3)"
190 GOSUB10000
200 R1=A:IFR1<10RR1>3THEN190
220 PRINT"E POI ?"
230 GOSUB10000
240 R2=A:IFR2<10RR2>3THEN230
250 GOSUB14000
260 REM-SMISTAMENTO PER IL CALCOLO
270 IFLEFT$(OP$,1)="R"AND(R1=3ORR2=3)THENGOSUB15000:GOTO2000
280 IFLEFT$(OP$,1)="R"THENGOSUB16000:GOTO2000
290 IFLEFT$(OP$,1)="C"AND(R1=3ORR2=3)THENGOSUB17000:GOTO2000
300 IFLEFT$(OP$,1)="C"THENGOSUB18000:GOTO2000
1000 REM-CALCOLO RETE CON 3 ELEMENTI
1005 GOSUB14000
1010 IFLEFT$(OP$,1)="C"THEN1500
1020 PRINT"DAMMI I VALORI DELLE RESISTENZE IN OHM"
1030 INPUT"R1=";X1
1040 INPUT"R2=";X2
1050 INPUT"R3=";X3
1060 XX=X1*X2/(X1+X2)+X3
1070 GOTO2000
1500 PRINT"(SE LE CAPACITA' SONO ESPRESSE IN MI-"

```

```

1510 PRINT"CROFARAD,MOLTIPLICA PER 1.000.000)"
1520 PRINT"ODAMMI I VALORI DELLE CAPACITA':"
1530 INPUT"OC1=";X1
1540 INPUT"C2=";X2
1550 INPUT"C3=";X3
1560 XX=(X1+X2)*X3/(X1+X2+X3)
1570 GOTO2000
2000 REM-STAMPA RISULTATI
2010 GOSUB14000
2020 PRINT"OK - LE "OP$ "EQUIVALGONO AD"
2030 PRINT"UN UNICO ELEMENTO AVENTE : "
2040 IFLEFT$(OP$,1)="C"THEN2070
2050 PRINTTAB(10)"OR="XX"OHM"
2060 GOTO2100
2070 YY=XX*1000000
2080 PRINTTAB(8)"OC="XX"MICROFARAD"
2090 PRINT"ODPPURE C="YY"PICOFARAD"
2100 PRINT"OVUOI PROVARE ANCORA ?"
2110 GOSUB10000
2120 IFA$="S"THEN10
2130 PRINT"OK - CIAO!"
2140 END
10000 REM-ATTESA E INGRESSO
10010 GETA$:IFA$=""THEN10010
10020 A=VAL(A$):RETURN
11000 REM-BARRA ORIZZONTALE
11010 FORK=1TO40:PRINT"X-";NEXTK:RETURN
12000 REM-QUADRO RESISTENZE
12005 PRINT"Q"
12010 PRINTTAB(10)"R1"
12020 PRINT"O _____"SPC(9)"R3"
12030 PRINT" | | "
12040 PRINT"A O- | O _____ O C"
12050 PRINT" | | "
12060 PRINT" _____ B"
12070 PRINTTAB(10)"OR2"
12080 RETURN
13000 REM-QUADRO CAPACITA'
13005 PRINT"Q"
13010 PRINTTAB(11)"C1"
13020 PRINTTAB(11)"| |"SPC(11)"C3"
13030 PRINTTAB(7)" | | | "
13040 PRINTTAB(7)" | | | "SPC(7)"| |"
13050 PRINT" A O- | O- | O C"
13060 PRINTTAB(7)" | | | "SPC(7)"| |"
13070 PRINTTAB(7)" | | | "B"
13080 PRINTTAB(11)"| |"
13090 PRINTTAB(11)"C2"
13100 RETURN
14000 REM-CANCELLAZIONE PARTE BASSA DEL VIDEO
14010 PRINT"XXXXXXXXXX"
14020 FORK=1TO10:PRINT"
14030 NEXTK
14040 PRINT"XXXXXXXXXX"
14050 RETURN
15000 REM-RES. IN SERIE
15010 PRINT"DI QUANTI OHM E' LA PRIMA RESISTENZA ?"
15020 INPUT"OR=";X1
15030 PRINT"DE L'ALTRA ?"
15040 INPUT"OR=";X2
15050 XX=X1+X2
15060 RETURN

```

```

16000 REM-RES.IN PARALLELO
16010 PRINT"DI QUANTI OHM E' LA PRIMA RESISTENZA ?"
16020 INPUT"R=";X1
16030 PRINT"E L'ALTRA ?"
16040 INPUT"R=";X2
16050 XX=X1*X2/(X1+X2)
16060 RETURN
17000 REM-CAP.IN SERIE
17010 PRINT"(SE LE CAPACITA' SONO ESPRESSE IN MI-"
17020 PRINT"CROFARAD,MOLTIPLICA PER 1.000.000)"
17030 PRINT"DI QUANTI PICOFARAD E' LA PRIMA CAPA-"
17040 INPUT"CITA'";X1
17050 INPUT"E L'ALTRA";X2
17060 XX=X1*X2/(X1+X2)
17070 RETURN
18000 REM-CAP.IN PARALLELO
18010 PRINT"(SE LE CAPACITA' SONO ESPRESSE IN MI-"
18020 PRINT"CROFARAD,MOLTIPLICA PER 1.000.000)"
18030 PRINT"DI QUANTI PICOFARAD E' LA PRIMA CAPA-"
18040 INPUT"CITA'";X1
18050 INPUT"E L'ALTRA";X2
18060 XX=X1+X2
18070 RETURN

```

È un semplice programmino che permette di calcolare la resistenza o la capacità di una rete di componenti in serie, in parallelo, o in disposizione combinata.

Esso è fornito anche di una parte grafica che visualizza sullo schermo la rete di resistenze o di condensatori. Le subroutine 10000 e 11000, al solito, servono per fermare il programma e per l'ingresso dei dati, e per la barra orizzontale.

La 12000 traccia il quadro delle resistenze nella metà superiore del video, e la 13000 il quadro delle capacità.

La 14000 serve invece a cancellare la metà inferiore dello schermo: infatti il "dialogo" fra C-64 e operatore avviene solo nella parte inferiore del video, mentre in quella superiore rimane impresso lo schema con i componenti.

Le subroutine 15000, 16000, 17000, 18000 servono all'introduzione dei dati e al calcolo del risultato, nei casi in cui i componenti siano solo due.

Se invece i componenti sono tre, il calcolo avviene alle linee 1000 per le resistenze e 1500 per le capacità.

Infine, nelle linee 2000 e seguenti, si ha la stampa dei risultati e la richiesta di continuazione.

```

3 CLR:PRINT" "
4 POKE53280,10:POKE53281,3
5 PRINT" INTRODUCENDO LE COORDINATE DI UN CERTO"
10 PRINT"NUMERO DI PUNTI,QUESTO PROGRAMMA DETER-"
20 PRINT"MINA I COEFFICIENTI DEL POLINOMIO (DI"
30 PRINT"GRADO SCELTO DALL'OPERATORE),CHE MEGLIO"

```



```

40 PRINT"APPROSSIMA LA SPEZZATA CHE UNISCE I"
45 PRINT"PUNTI INTRODOTTI."
100 INPUT"GRADO MAX DEL POLIN. DA CALCOLARE";D
110 IFD<1THEN100
120 INPUT"NUMERO PUNTI DISPONIBILI";N
130 IFN<1THEN120
135 IF N<D THEN RUN
140 DIM A(N,N),B(N),C(N),X(N),Y(N),E(N),S(N)
150 FOR I=1 TO N
160 PRINT"COORDINATE I" PUNTO"
170 INPUT"X =" ;X(I)
175 INPUT"Y =" ;Y(I)
180 NEXT I
185 PRINT"
190 FOR D=D TO 1 STEP-1:Y1=0
200 FOR J=1 TO N:FOR I=1 TO D
210 B(I)=B(I)+Y(J)*X(J)^I
220 FOR K=1 TO D
230 A(I,K)=A(I,K)+X(J)^(I+K)
240 NEXT K
250 S(I)=S(I)+X(J)^I
260 NEXT I
270 Y1=Y1+Y(J)
280 NEXT J
290 FOR I=1 TO D:FOR J=1 TO D
300 A(I,J)=A(I,J)-S(I)*S(J)/N
310 NEXT J
320 B(I)=B(I)-Y1*S(I)/N
330 NEXT I
340 FOR K=1 TO D
350 R=K:A1=0
360 FOR L=K TO D
370 A2=ABS(A(L,K))
380 IF A2>A1 THEN A1=A2:R=L
390 NEXT L
400 IF A1=0 THEN PRINT"NESSUN COEFF. NELLA MATR. A":END
410 IF R=K THEN 460
420 FOR J=K TO D
430 X1=A(R,J):A(R,J)=A(K,J):A(K,J)=X1
440 NEXT J
450 X1=B(R):B(R)=B(K):B(K)=X1
460 FOR I=K TO D
470 M=A(I,K)
480 FOR J=K TO D
490 IF I=K THEN A(I,J)=A(I,J)/M
500 IF I<K THEN A(I,J)=A(I,J)-M*A(K,J)
510 NEXT J
520 IF I=K THEN B(I)=B(I)/M
530 IF I<K THEN B(I)=B(I)-M*B(K)
540 NEXT I,K
550 E(D)=B(D)
560 FOR K=1 TO D-1
570 I=D-K:S1=0
580 FOR J=1 TO D
590 S1=S1+A(I,J)*E(J)
600 NEXT J
610 E(I)=B(I)-S1
620 NEXT K
630 PRINT"POLINOMIO DI GRADO"D;
635 PRINT" I COEFF. SONO : "
640 S1=0:FOR I=1 TO D
650 S1=S1+E(I)*S(I)/N

```

```

660 NEXT I
665 NN=Y1/N-S1:GOSUB1000
670 PRINT"RAC(0) ="NN"/"DD" (TERMINE NOTO)"
680 FOR P=1 TO D
685 NN=E(P):GOSUB1000
690 PRINT"R("P") ="NN"/"DD"
700 NEXT P
710 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N
720 A(I,J)=0:NEXT J
730 B(I)=0:S(I)=0:E(I)=0
740 NEXT I
745 FOR H=1 TO 40:PRINT"X="H/40";:NEXT
746 PRINT:PRINTTAB(12)"R(PREMI UN TASTO)"
747 GETQQ$:IFQQ$=""THEN/47
750 NEXT D
800 END
1000 REM SUBROUTINE TRASF. IN FRAZ.DECIM.
1005 W=0
1010 NN=INT(NN*100+.5)/100
1020 W=W+1:TT=NN*W
1030 IF TT-INT(TT)<.000001 THEN 1070
1040 IF W>100 THEN 1060
1050 GOTO1020
1060 DD=1:GOTO 1080
1070 NN=NN*W:DD=W
1080 RETURN

```

POLINOMIO APPROSSIMANTE

Concludiamo il capitolo con un programma (da noi semplicemente tradotto ed adattato, di autore sconosciuto) che permette di determinare i coefficienti del polinomio che meglio approssima una serie di punti di un grafico.

Si abbiano N punti riportati su un piano cartesiano: se questi sono allineati essi appariranno a una retta di equazione

$$y = ax + b$$

Se invece sono disposti su una linea leggermente curva, si può presumere con buona approssimazione che essi appartengano ad una parabola di equazione

$$y = ax^2 + bx + c$$

Se la loro disposizione è più complessa, essi si troveranno approssimativamente su curve corrispondenti a polinomi di grado via via superiore. Lo scopo del programma è quello di determinare i coefficienti del polinomio che meglio raffigura l'andamento dei punti proposti. Dovrete introdurre le coordinate dei punti disponibili, e fissare il grado del polinomio di cui desiderate i coefficienti. Il calcolatore vi fornirà i coefficienti richiesti e quelli dei polinomi di grado inferiore.

Per finire

Crediamo di fare cosa utile al lettore proponendo due programmi che permettono di elaborare test da sottoporre agli studenti: il primo funziona con l'impiego del floppy ed il secondo con il registratore.

Con un po' di pazienza è possibile compilare un vasto assortimento di questionari che permetteranno accertamenti più rapidi da parte dell'insegnante (tenendo però sempre presenti i limiti caratteristici di validità legati a questo tipo di indagine).

Dovrete fissare il numero di domande, il titolo del questionario, fornire tre risposte di cui una sola esatta, e registrare (su nastro o disco) il file con i dati.

Se possedete una stampante esiste anche l'opzione che vi permette di stampare tutto il questionario.

```
100 REM COPYRIGHT IN BASIC
102 REM VIA SEZZE 22 LATINA
104 REM TEL. 487631
106 POKE53280,10:POKE53281,3
110 CLR:PRINT"X"
120 PRINTTAB(14)"QUESTIONARIO"
130 Q$="X":GOSUB1230
140 PRINT"PUOI : "
150 PRINT"1-REGISTRARE SU DISCO UN NUOVO"
160 PRINT"   QUESTIONARIO."
170 PRINT"2-CARICARE UN QUESTIONARIO GIA'"
180 PRINT"   PRONTO SUL DISCO."
190 PRINT"3-RISPONDERE ALLE DOMANDE DI UN"
200 PRINT"   QUESTIONARIO GIA' CARICATO."
```

```

210 PRINT"4-STAMPARE TUTTO IL QUESTIONARIO."
220 GOSUB1230:PRINT
230 PRINTTAB(13)"COSA SCEGLI ?"
240 GOSUB1250
250 IFA<490RA>52THEN240
260 ONA-48GOTO270,730,880,1100
270 REM:REGISTRAZIONE
280 INPUT"OK-QUANTE DOMANDE SONO IN TUTTO";N
290 DIMD$(N),R$(3,N),RR$(N)
300 FORJ=1TON:PRINT"NON BATTERE I SIMBOLI "CHR$(34)" , : NEL"
310 PRINT"CORSO DELLA DOMANDA O DELLA RISPOSTA)"
320 PRINT"SI A DOMANDA CHE RISPOSTE DEVONO AVERE"
330 PRINT"UNA LUNGHEZZA MASSIMA DI 2 RIGHE.":GOSUB1230
340 PRINT"DOMANDA N."J""
350 INPUT"=";D$(J)
360 GOSUB1230
370 FORY=1TO3:PRINT"RISPOSTA "CHR$(64+Y)"=";INPUTR$(Y,J):NEXT
380 GOSUB1230
390 PRINT"QUAL'E' LA RISPOSTA GIUSTA ? (A,B O C)"
400 GOSUB1250
410 IFA<650RA>67THEN400
420 RR$(J)=A$:NEXT
430 PRINT"OK-VUOI RIVEDERE DOMANDE E RISPOSTE"
440 PRINT"PER CONTROLLARLE ?"
450 GOSUB1250
460 IFA<>"S"THEN650
470 FORJ=1TON:PRINT"DOMANDA N."J""
480 PRINT:PRINTD$(J):GOSUB1230
490 FORY=1TO3:PRINT"RISPOSTA "CHR$(64+Y)"="R$(Y,J):NEXT
500 GOSUB1230:PRINT"LA RISPOSTA GIUSTA E' "RR$(J)""
510 GOSUB1230:PRINT"OK ?"
520 GOSUB1250
530 IFA<>"N"THEN640
540 PRINT"VUOI MODIFICARE LA DOMANDA O LE"
550 PRINT"RISPOSTE ?"
560 GOSUB1250
570 IFA<="D"THEND$(J)="" :INPUT"DOMANDA =";D$(J):GOTO640
580 FORY=1TO3:R$(Y,J)="" :NEXT
590 FORY=1TO3:PRINT"RISPOSTA "CHR$(64+Y):INPUT"=";R$(Y,J):NEXT
600 PRINT"QUAL'E' LA RISPOSTA GIUSTA ? (A,B O C)"
610 GOSUB1250
620 IFA<650RA>67THEN610
630 RR$(J)=A$
640 NEXT:GOTO430
650 PRINT"ORA IL QUESTIONARIO E' COMPLETATO."
660 INPUT"COME VUOI CHIAMARLO";T$
665 PRINT"OK - INSERISCI UN DISCO NEL FLOPPY, E"
667 PRINT"PREMI UN TASTO":GOSUB1260
670 OPEN15,8,15:GOSUB1300
675 CR$=CHR$(13)
677 PRINT"STO REGISTRANDO IL QUESTIONARIO SUL DISCO"
678 OPEN2,8,2,T$+",S,W":GOSUB1300
679 PRINT#2,T$CR$:GOSUB1300
680 FORJ=1TON:PRINT#2,D$(J)CR$:GOSUB1300:NEXT
690 FORJ=1TON:FORY=1TO3:PRINT#2,R$(Y,J)CR$:GOSUB1300:NEXT:NEXT
700 FORJ=1TON:PRINT#2,RR$(J)CR$:GOSUB1300:NEXT
710 CLOSE2
720 PRINT":GOTO110
730 REM:CARICAMENTO
740 PRINT"METTI IL DISCO CON I QUIZ NEL FLOPPY, E"
750 PRINT"PREMI UN TASTO":GOSUB1250
760 PRINT"QUAL'E' IL NOME DEL QUESTIONARIO CHE"

```

```

770 INPUT"VUOI CARICARE";T$
780 INPUT"QUANTI QUIZ CONTIENE";N
790 DIMD$(N),R$(3,N),RR$(N)
800 OPEN15,8,15:GOSUB1300
801 OPEN2,8,2,T$+","S,R":GOSUB1300
805 PRINT"OSTO CERCANDO IL QUESTIONARIO NEL DISCO"
806 INPUT#2,T$:GOSUB1300
810 PRINT"HO TROVATO : "T$
820 PRINT"LO STO CARICANDO."
830 FORK=1TO3000:NEXT
840 FORJ=1TON:INPUT#2,D$(J):GOSUB1300:NEXT
850 FORJ=1TON:FORY=1TO3:INPUT#2,R$(Y,J):GOSUB1300:NEXT:NEXT
860 FORJ=1TON:INPUT#2,RR$(J):GOSUB1300:NEXT
870 CLOSE2:PRINT":GOTO120
880 REM:SVOLGIMENTO QUIZ
890 T=0:IFN=0THEN1120
900 FORJ=1TON:PRINT"DOMANDA N."J"
910 PRINT"D$(J):PRINT:GOSUB1230
920 FORY=1TO3:PRINT:PRINT"CHR$(Y+64)" : R$(Y,J):NEXT
930 PRINT:GOSUB1230
940 PRINT"QUAL'E' LA RISPOSTA GIUSTA ? ";
950 GOSUB1250:IFA<650RA>67THEN950
960 PRINT$
970 IFA$=RR$(J)THENFF=1
975 IF FF=1THENPRINTTAB(10)"GIUSTO!":FORK=1TO3000:NEXT:FF=0:GOTO1000
980 PRINTTAB(10)"SBAGLIATO!":PRINT"LA RISPOSTA GIUSTA ERA : "RR$(J)
990 T=T+1:FORK=1TO3000:NEXT
1000 NEXT
1010 PRINT"FINE DEL QUESTIONARIO"
1020 PRINT"HA RISPOSTO CORRETTAMENTE A "N-T
1030 PRINT"DOMANDE SU "N"."
1040 V=INT(((N-T)*10/N+.1)*10)/10
1050 PRINT"IL TUO VOTO E' = "V"/10"
1060 PRINT:Q$="":GOSUB1230
1070 PRINT"DEVO RICOMINCIARE IL TEST ?":GOSUB1250
1080 IFA$="S"THENPRINT":GOTO890
1090 PRINT"OK - CIAO!!":END
1100 REM:STAMPA
1110 IFN<0THEN1140
1120 PRINT":PRINTTAB(8)"NON HO QUIZ IN MEMORIA!!"
1130 FORK=1TO2000:NEXT:PRINT":GOTO110
1140 OPEN4,4:PRINT#4,SPC(28)"QUESTIONARIO"
1150 FORK=1TO4:PRINT#4:NEXT:PRINT#4,SPC(10)"TITOLO = "T$
1160 FORK=1TO4:PRINT#4:NEXT
1170 FORJ=1TON:PRINT#4,CHR$(18)"DOMANDA N."J" = "CHR$(146)D$(J)
1180 PRINT#4:FORY=1TO3:PRINT#4,CHR$(Y+64)"= "R$(Y,J):PRINT#4:NEXT
1190 PRINT#4:PRINT#4,"RISPOSTA GIUSTA = "RR$(J)
1200 PRINT#4,"-----":NEXT
1210 PRINT#4:CLOSE4
1220 PRINT":GOTO110
1230 REM:BARRA ORIZZONTALE
1240 FORK=1TO40:PRINTQ$:NEXT:RETURN
1250 REM:INGRESSO GET
1260 GETA$:IFA$=""THEN1260
1270 A=ASC(A$):RETURN
1300 REM:TEST ERRORI SU FLOPPY
1310 INPUT#15,EN$,EM$,ET$,ES$
1320 IFEN$="00"THENRETURN
1330 PRINT"ERRORE SU DISCO : "
1340 PRINT"EM$,EN$,ET$,ES$
1350 CLOSE2
READY.

```

```

100 REM COPYRIGHT IN BASIC
102 REM VIA SEZZE 22 LATINA
104 REM TEL. 487631
106 POKE53280,10:POKE53281,3
110 CLR:PRINT" "
120 PRINTTAB(14)"QUESTIONARIO"
130 Q$="X":GOSUB1230
140 PRINT"PUOI : "
150 PRINT"1-REGISTRARE SU NASTRO UN NUOVO"
160 PRINT"   QUESTIONARIO."
170 PRINT"2-CARICARE UN QUESTIONARIO GIA'"
180 PRINT"   PRONTO SU NASTRO."
190 PRINT"3-RISPONDERE ALLE DOMANDE DI UN"
200 PRINT"   QUESTIONARIO GIA' CARICATO."
210 PRINT"4-STAMPARE TUTTO IL QUESTIONARIO."
220 GOSUB1230:PRINT
230 PRINTTAB(13)"COSA SCEGLI ?"
240 GOSUB1250
250 IFA<490RA>52THEN240
260 ONA=48GOTO270,730,880,1100
270 REM:REGISTRAZIONE
280 INPUT"OK-QUANTE DOMANDE SONO IN TUTTO";N
290 DIMD$(N),R$(3,N),RR$(N)
300 FORJ=1TO N:PRINT"NON BATTERE I SIMBOLI "CHR$(34)" , : NEL"
310 PRINT"CORSO DELLA DOMANDA O DELLA RISPOSTA)"
320 PRINT"OGIA DOMANDA CHE RISPOSTE DEVONO AVERE"
330 PRINT"UNA LUNGHEZZA MASSIMA DI 2 RIGHE.":GOSUB1230
340 PRINT"DOMANDA N."J"
350 INPUT"=";D$(J)
360 GOSUB1230
370 FORY=1TO3:PRINT"RISPOSTA "CHR$(64+Y)"=";INPUTR$(Y,J):NEXT
380 GOSUB1230
390 PRINT"QUAL'E' LA RISPOSTA GIUSTA ? (A,B O C)"
400 GOSUB1250
410 IFA<650RA>67THEN400
420 RR$(J)=A$:NEXT
430 PRINT"OK-VUOI RIVEDERE DOMANDE E RISPOSTE"
440 PRINT"PER CONTROLLARLE ?"
450 GOSUB1250
460 IFA$<"S"THEN650
470 FORJ=1TO N:PRINT"DOMANDA N."J"
480 PRINT:PRINTD$(J):GOSUB1230
490 FORY=1TO3:PRINT"RISPOSTA "CHR$(64+Y)"="R$(Y,J):NEXT
500 GOSUB1230:PRINT"LA RISPOSTA GIUSTA E' "RR$(J)"
510 GOSUB1230:PRINT"OK ?"
520 GOSUB1250
530 IFA$<"N"THEN640
540 PRINT"VUOI MODIFICARE LA DOMANDA O LE"
550 PRINT"RISPOSTE ?"
560 GOSUB1250
570 IFA$="D"THEND$(J)="" :INPUT"DOMANDA =" ;D$(J):GOTO640
580 FORY=1TO3:R$(Y,J)="" :NEXT
590 FORY=1TO3:PRINT"RISPOSTA "CHR$(64+Y):INPUT"=";R$(Y,J):NEXT
600 PRINT"QUAL'E' LA RISPOSTA GIUSTA ? (A,B O C)"
610 GOSUB1250
620 IFA<650RA>67THEN610
630 RR$(J)=A$
640 NEXT:GOTO430
650 PRINT"ORA IL QUESTIONARIO E' COMPLETATO."
660 INPUT"COME VUOI CHIAMARLO";T$
670 OPEN1,1,1,T$:PRINT#1,N
680 FORJ=1TO N:PRINT#1,D$(J):NEXT

```

```

690 FORJ=1TON:FORY=1TO3:PRINT#1,R$(Y,J):NEXT:NEXT
700 FORJ=1TON:PRINT#1,RR$(J):NEXT
710 CLOSE1
720 PRINT"□":GOTO120
730 REM:CARICAMENTO
740 PRINT"METTI LA CASSETTA CON I QUIZ NEL RE-"
750 PRINT"GISTRATORE."
760 PRINT"QUAL'E' IL NOME DEL QUESTIONARIO CHE"
770 INPUT"VUOI CARICARE":T$
780 INPUT"QUANTI QUIZ CONTIENE":N
790 DIMD$(N),R$(3,N),RR$(N)
800 OPEN1,1,0,T$
810 PRINT"HO TROVATO : "T$
820 PRINT"ESTO CARICANDO I QUIZ."
830 INPUT#1,N
840 FORJ=1TON:INPUT#1,D$(J):NEXT
850 FORJ=1TON:FORY=1TO3:INPUT#1,R$(Y,J):NEXT:NEXT
860 FORJ=1TON:INPUT#1,RR$(J):NEXT
870 CLOSE1:PRINT"□":GOTO120
880 REM:SVOLGIMENTO QUIZ
890 T=0:IFN=0THEN1120
900 FORJ=1TON:PRINT"DOMANDA N."J"
910 PRINT"D$(J):PRINT:GOSUB1230
920 FORY=1TO3:PRINT:PRINT"CHR$(Y+64)" : R$(Y,J):NEXT
930 PRINT:GOSUB1230
940 PRINT"QUAL'E' LA RISPOSTA GIUSTA ?"
950 GOSUB1250:IFA<650RA>67THEN950
960 PRINTA$;
970 IFA$=RR$(J)THENPRINTTAB(10)"GIUSTO!":FORK=1TO3000:NEXT:GOTO1000
980 PRINTTAB(10)"SBAGLIATO!":PRINT"LA RISPOSTA GIUSTA ERA : "RR$(J)
990 T=T+1:FORK=1TO3000:NEXT
1000 NEXT
1010 PRINT"FINE DEL QUESTIONARIO"
1020 PRINT"HA RISPOSTO CORRETTAMENTE A "N-T
1030 PRINT"DOMANDE SU "N"."
1040 V=INT(((N-T)*10/(N+.1)*10)/10
1050 PRINT"IL TUO VOTO E' = "V"/10
1060 PRINT:GOSUB1230
1070 PRINT"DEVO RICOMINCIARE IL TEST ?":GOSUB1250
1080 IFA$="S"THENPRINT"□":GOTO120
1090 PRINT"OK - CIAO!!":END
1100 REM:STAMPA
1110 IFN<0THEN1140
1120 PRINT"□":PRINTTAB(8)"NON HO QUIZ IN MEMORIA!!"
1130 FORK=1TO2000:NEXT:PRINT"□":GOTO120
1140 OPEN4,4:PRINT#4,SPC(28)"QUESTIONARIO"
1150 FORK=1TO4:PRINT#4:NEXT:PRINT#4,SPC(10)"TITOLO = "T$
1160 FORK=1TO4:PRINT#4:NEXT
1170 FORJ=1TON:PRINT#4,CHR$(18)"DOMANDA N."J" = "CHR$(146)D$(J)
1180 PRINT#4:FORY=1TO3:PRINT#4,CHR$(Y+64)"- "R$(Y,J):PRINT#4:NEXT
1190 PRINT#4:PRINT#4,"RISPOSTA GIUSTA = "RR$(J)
1200 PRINT#4,"_____":NEXT
1210 PRINT#4:CLOSE4
1220 PRINT"□":GOTO120
1230 REM:BARRA ORIZZONTALE
1240 FORK=1TO40:PRINT#4:;NEXT:RETURN
1250 REM:INGRESSO GET
1260 GETA$:IFA$=""THEN1260
1270 A=ASC(A$):RETURN

```

```

100 REM TRATTO E ADATTATO DA IN BASIC S.N.C.
110 CLR:PRINT" "
120 FORK=0T01:P0KE53280+K,7:NEXT
130 PRINT"*****"
140 PRINT"███"
150 PRINT"███ ███ ███ ███ ███ ███ ███"
160 PRINT"███ █ █ █ █ █ █ █ █ ███"
170 PRINT"███ ███ ███ ███ ███ ███ ███"
180 PRINT"███ █ █ █ █ █ █ █ █ ███"
190 PRINT"███ ███ █ █ █ █ ███ ███ ███"
200 PRINT"███"
210 PRINT"*****"
220 DEFNS(X)=INT(X/13)
230 DIMZ$(12),SL(3,3),J$(3,3),AZ(52),DZ(3,3),FZ(3,3),EZ(3,3):C8=.1415926
240 PRINT"❖IN QUESTO GIOCO NON DEVI MAI PREMERE IL"
250 PRINT"TAOSTO. R E T U R N❖"
260 PRINT"❖ QUANTE MANI VUOI GIOCARE ?"
270 GETSE$:IFSE$=""THEN270
280 IFVAL(SE$)<0ORVAL(FE$)>9THEN270
290 SE=VAL(SE$):SE=SE/93001
300 PRINT"❖":FORJ=0T08:READS1$(J):NEXT
310 DATA"♠","♥","♦","♣",N,S,H,D,C
320 FORJ=0T012:READZ$(J):NEXT
330 DATAA,K,Q,J,D,9,8,7,6,5,4,3,2
340 GOSUB2300
350 PRINT"❖ QUALE CONTRATTO RITIENI DI POTER"
360 PRINT"CONCLUDERE GUARDANDO LE CARTE TUE (IN"
370 PRINT"BASSO) E QUELLE DEL MORTO (IN ALTO) ?"
380 PRINT"❖QUANTE PRESE ?":GOSUB920:B$=P$:PRINTTAB(15)"❖B$;"
390 PRINTTAB(18)"DI QUALE SEME ?":GOSUB920:PRINTTAB(34)"❖P$"
400 IFF$="S"THENSUB$=B$+P$:P$="N"
410 B$=B$+P$:O$=" "
420 QQ$="S0000000000"
430 PRINTQQ$:FORK=1T07:PRINTO$:NEXT
440 PRINTQQ$
450 P$=MID$(B$,2,1)+"5":GOSUB2190:TR=S
460 IFTR=9THEN350
470 IFTR=4THENGOSUB620
480 L=3:FORTT=1T013:GOSUB700:IFZ=52THEN500
490 SW=TWAND1:W(SW)=W(SW)+1:L=TW:SP%(TS)=SP%(TS)+1:GOSUB2380:NEXTTT:GOT0510
500 TT=13:GOSUB2380
510 W(0)=0:W(1)=0:TT=0:ML=0:FORJ=0T03:SP%(J)=0:NEXT:CL=0
520 PRINT"❖VUOI GIOCARE LA STESSA MANO ?"
530 GETX$:IFX$=""THEN530
540 IFX$<>"N"THEN580
550 PRINT"❖NE VUOI GIOCARE UN'ALTRA ?"
560 GETX$:IFX$=""THEN560
570 IFX$="S"THENRUN
580 PRINT"❖VUOI RIGIOCARLA CON EST - OVEST❖ ?"
590 GETX$:IFX$=""THEN590
600 IFX$="S"THENGOSUB690
610 GOSUB2380:GOT0350

```



```

620 FORJ=0TO3:S=SL(J,1)+SL(J,3):IFK<STHENK=S:LS=J
630 IFJ<>LSANDS>6THENS M=J
640 NEXT:RETURN
650 S2=LS:IFSL(S2,P)=0THENS2=SM
660 IFSL(S2,P)=0THEN2000
670 GOTO1980
680 FORK=1TOL-X-1:X=X+1:FOR S=0TO38:C=C+C8:NEXTS,K:GOTO260
690 FORJ=0TO51:AZ(J)=(AZ(J)+1)AND3:NEXT:RETURN
700 P=L:T=1
710 P1=PAND1:ON(P1+1)GOSUB790,1080
720 IFZ=52THENRETURN
730 AZ(Z)=AZ(Z)+TT*16
740 ON(P+1)GOSUB910,770,910,780
750 GOSUB2030:IFT=4THENRETURN
760 T=T+1:P=(P+1)AND3:GOTO710
770 PRINT"EST GIOCA "P$:RETURN
780 PRINT"OVEST GIOCA "P$:RETURN
790 IFCL=1GOTO970
800 IF(SL(TS,P)=1ANDT<>1)OR(TT=13)THEN970
810 IFP=2THEN840
820 PRINT"COSA GIOCHI DI MORTO ?":GOSUB920:U$=P$:PRINTTAB(24)"□"U$:
830 GOSUB920:PRINTTAB(25)"□"P$:P$=U$+P$:GOTO860
840 PRINT"COSA GIOCHI DI MANO ?":GOSUB920:U$=P$:PRINTTAB(23)"□"U$:
850 GOSUB920:PRINTTAB(24)"□"P$:P$=U$+P$
860 GOSUB2190
870 IFZ=54THENGOSUB1010:GOTO790
880 IFZ=53THENC L=1:GOTO970
890 IFZ=52THENRETURN
900 GOSUB2120:IFLL=0THEN790
910 RETURN
920 P$=""
930 PRINT" ■":FORQ=1TO150:NEXT
940 GETA$:IFA$=""THENPRINT"  ■":FORQ=1TO150:NEXT:GOTO920
950 PRINT" "P$=A$:RETURN
960 P$=P$+A$:PRINTA$:"  ■":GOTO940
970 GOSUB1050:GOSUB2020
980 IFP=0THENPRINT"IL M. GIOCA "P$
990 IFP=2THENPRINT"TU GIOCHI "P$
1000 RETURN
1010 IFTT=1THENPRINT"NON SI BARRA . ":RETURN
1020 FORZ=0TO51:IFTT-1=INT(AZ(Z)/16)THENZ5(AZ(Z)AND15)=Z
1030 NEXT
1040 FORJ=0TO3:Z=Z5(J):GOSUB2020:PRINTP$;" " :NEXT:PRINT:RETURN
1050 FORZ=0TO51:IFAZ(Z)>PTHEN1070
1060 GOSUB2120:IFLL=1THENRETURN
1070 NEXT
1080 TZ=TWAND1
1090 IFT<>1THEN1410
1100 IFTR<>4THEN1170
1110 S2=LS:IFSL(S2,P)=0THENS2=SM:IFSL(S2,P)=0THEN650
1120 P1=P:GOSUB1950
1130 IFF>SL(S2,0)ANDF>=SL(S2,2)THENV=1:U=1:GOSUB1910:GOTO2020
1140 K=F%(S2,P):IFK=3ORK=7ORK=15ORK=14THEN1840
1150 IFSL(S2,P)>3ANDSP%(S2)=0THENV=4:U=1:P1=P:GOSUB1910:GOTO2020
1160 GOTO1840
1170 K=0:S2=-1:FOR S=0TO3:F=0:FL=0
1180 S4=SL(S,P-1):S5=SL(S,3-P):S6=SL(S,P):S7=SL(S,4-P)
1190 IFS6=0THENF=0:GOTO1340
1200 F6=F%(S,P):F4=F%(S,P-1):F5=F%(S,3-P):F7=F%(S,4-P)
1210 IFS=TRTHEN1230
1220 IFS7=0ANDSL(TR,4-P)>0ANDS4>0THENF=10:FL=(O%(S,P)=1):GOTO1340
1230 IFF6>23ANDS4>0ANDS5>0THENF=9.3:FL=2:GOTO1340

```

```

1240 IFS6=1ANDTR<>SANDSL<TR,P>>0ANDSP%(S)<2ANDF4<>20THENF=8:GOTO1340
1250 IFF4<F7ANDS4>0ANDF5<24ANDD%(S,P)<>1THENF=9:GOTO1340
1260 IFF4<2ANDS4>1ANDF5<24THENF=7:GOTO1340
1270 IFS=TRTHEN1340
1280 IFS6=1ANDSL<TR,P>>0ANDSP%(S)=0ANDF6<>8THENF=7:GOTO1340
1290 IFF6=15ORF6=14ORF6=7THENF=6:FL=-1:GOTO1340
1300 IFF6<4ANDS6=2ANDSL<TR,P>>0ANDSP%(S)=0ANDF4<20THENF=5:FL=1:GOTO1340
1310 IF(S4=1ANDF6>F4)OR(S5=1ANDF6>F5)THENF=3.5:FL=1:GOTO1340
1320 IFF7>F4THENF=4:GOTO1340
1330 F=3
1340 IFS=TRTHENF=F-4
1350 IFF>KTHENK=F:S2=S:J=FL
1360 NEXTS
1370 FL=J:IFFL=-1THENFL=1
1380 TS=S2
1390 IFFL>0THENV=FL:U=1:P1=P:GOSUB1910:GOTO2020
1400 GOTO1830
1410 IFSL<TS,P><>0THEN1490
1420 IFTR=4THEN1850
1430 IFT=4ANDTZ=0THEN1710
1440 IFT=4THEN1850
1450 IFT=3THENGOSUB1750:IFLL=0ANDSL<TR,P>>0THEN1720
1460 IFT=3THEN1850
1470 IFSL<TS,3-P>=0ANDSL<TR,3-P>>0THEN1850
1480 GOTO1710
1490 IFT=4ANDTZ=0THEN1660
1500 IFT=2THEN1590
1510 IFT=4ANDTZ=1THEN1830
1520 IFT=3THENGOSUB1750:IFLL=1THEN1830
1530 S2=TS:V=1:U=1:P1=P:GOSUB1910:IFTH<ZTHEN1830
1540 IFSL<TS,3-P>=0THENTX=TS*13+12:GOTO1680
1550 FORJ=13*TS TO13*TS+12:IFAZ%(J)=PTHENZ=J
1560 IFAZ%(J)=3-PTHEN2020
1570 IFJ=THTHEN2020
1580 NEXT:GOTO2020
1590 F=F%(TS,P)+F%(TS,4-P):F4=Z-FNS(Z)*13
1600 IF(F=5ORF=10ORF=11)ANDF4>1ANDF4<5THENS2=TS:GOTO1840
1610 IFSL<TS,0>>1ANDSL<TS,2>>1ANDSP%(TS)=0AND(F%(TS,P)AND24)=16THEN1650
1620 IFSL<TS,3-P>=0THENTX=TS*13+12:GOTO1680
1630 P1=3-P:S2=TS:V=1:U=1:GOSUB1910:TX=Z:IFTH<TXTHENTX=TH
1640 GOTO1680
1650 S2=TS:GOTO1830
1660 IFTS<>FNS<TH>THEN1830
1670 TX=TH
1680 FORZ=13*TS+12TO13*TS STEP-1:IFAZ%(Z)<>PTHEN1700
1690 IFZ<TXTHEN2020
1700 NEXT:GOTO1830
1710 IF<TWAND1>=10RSL<TR,P>=0THEN1850
1720 IFFNS<TH><>TRTHEN1820
1730 S2=TR:U=-1:P1=P:FORJ=1TOSL<TR,P>:V=J:GOSUB1910:IFZ<THTHEN2020
1740 NEXTJ:GOTO1850
1750 P1=3-P:P2=4-P:LL=0
1760 IFTS=TRTHEN1780
1770 IFFNS<TH>=TRTHENLL=1:RETURN
1780 IFTZ=0THENRETURN
1790 IFSL<TS,P1>=0THENLL=1:RETURN
1800 P1=3-P:S2=TS:V=1:U=1:GOSUB1910:IFZ<THTHENRETURN
1810 LL=1:RETURN
1820 S2=TR:V=1:U=-1:P1=P:GOSUB1910:GOTO2020
1830 S2=TS:V=1:U=-1:P1=P:GOSUB1910:GOTO2020
1840 P1=P:V=1:U=1:GOSUB1910:GOTO2020
1850 D1=0:S2=-1:FORS=0TO3:IFS=TRTHEN1880

```

```

1860 IFS=TRTHEN1880
1870 IFEX(S,P)>D1THEND1=EX(S,P):S2=S
1880 NEXT
1890 IFS2<0THENS2=INT(4*RND(1)):IFSL(S2,P)=0THENS2=-1:GOTO1890
1900 GOTO1980
1910 Z=S2*13-(U-1)*6:FORG=1TOV
1920 IFZ<0ORZ>51THEN2000
1930 IFA%(Z)=P1THENZ=Z+U:NEXT Z=Z-U:RETURN
1940 Z=Z+U:GOTO1930
1950 S=31:K=F%(S2,P1):FORJ=0TO5:F=5-J
1960 IFS=KTHENRETURN
1970 S=INT(S/2):K=INT(K/2):NEXT
1980 FORZ=S2*13+12TOS2*13STEP-1:IFA%(Z)=PTHEN2020
1990 NEXT:GOTO2020
2000 Z=INT(52*RND(1)):IFA%(Z)<>PTHEN2000
2010 GOSUB2120:IFLL=0THEN2000
2020 P#=S1*(FNS(Z))+Z*(Z-FNS(Z)*13):RETURN
2030 S1=FNS(Z):IFT=1THENTS=S1:GOTO2050
2040 GOSUB2060:IFLL=0THENRETURN
2050 TW=P:TH=Z:RETURN
2060 LL=1:FT=FNS(TH):FZ=FNS(Z)
2070 IF(FZ=FT)ANDTH<ZTHENLL=0:RETURN
2080 IFFZ=TRTHENRETURN
2090 IFFT=TRTHENLL=0
2100 IFFZ<>TSTHENLL=0
2110 RETURN
2120 IFZ>51THENLL=0:RETURN
2130 LL=1:S1=FNS(Z):IFA%(Z)<>PTHENLL=0
2140 IFT=1THENRETURN
2150 GOSUB2180:IFSC=0THENRETURN
2160 IFS1<>TSTHENLL=0
2170 RETURN
2180 SC=SL(TS,P):RETURN
2190 X#=LEFT$(P$,2):IFX#="CL"THENZ=53:RETURN
2200 IFX#="LA"THENZ=54:RETURN
2210 IFX#="ST"THENZ=52:RETURN
2220 FORS=0TO8:IFS1$(S)=LEFT$(P$,1)THEN2240
2230 NEXT
2240 IFS>4ANDS<9THENS=S-5
2250 T#=MID$(P$,2,1):FORZ=0TO 12
2260 IF LEFT$(Z$(Z),1)=T$THEN 2280
2270 NEXT:Z=55:RETURN
2280 Z=Z+S*13:IFZ>51THENZ=55
2290 RETURN
2300 PRINT"UN ATTIMO....":X=X+1:FORJ=0TO51:A%(J)=0:NEXT
2310 S5=SE+X/93047:IFSE>0THENS4=RND(-S5)
2320 FORK=1TO3:GOSUB2350:NEXT
2330 GOSUB2380:RETURN
2340 FORJ=0TO3:FORK=0TO3:D%(K,J)=0:F%(K,J)=0:SL(K,J)=0:J$(K,J)=" ":NEXTK,
J:RETURN
2350 FORJ=0TO12:IFINT(C)=INT(C+.5)THENR=RND(1)
2360 R=INT(RND(1)*52):IFA%(R)>0THEN2360
2370 A%(R)=K:C=C+C8:NEXTJ:RETURN
2380 GOSUB2340:IFTT=13THENFORJ=0TO51:A%(J)=(A%(J)AND7):NEXT
2390 FORJ=0TO51:R=A%(J):IFS<>FNS(J)THENF=0
2400 S=FNS(J):IFR>9THEN2430
2410 F=F+1:J$(S,R)=J$(S,R)+Z$(J-S*13)
2420 SL(S,R)=SL(S,R)+1:F%(S,R)=F%(S,R)+2*(5-F):IFD%(S,R)=0THEND%(S,R)=F
2430 NEXTJ
2440 FORJ=1TO3STEP2:FORS=0TO3
2450 S4=SL(S,0):S5=SL(S,2):S6=SL(S,J):S7=SL(S,4-J):D6=D%(S,J)
2460 IFS4<S6ANDS5<S6THENE=10:GOTO2560

```

```

2470 IFS6=1ANDD6=1AND(S4>0ORS5>0)THENE=0:GOTO2560
2480 IFS6=0THENE=-1:GOTO2560
2490 IF(D6-S6)>2AND(S6<S4ORS6<S5)THENE=9:GOTO2560
2500 IFS6>S7AND(S6=S5ORS6=S4)ANDS6=1ANDD%(S,4-J)=1THENE=1.5:GOTO2560
2510 IFS6>S7AND(S6=S5ORS6=S4)THENE=2:GOTO2560
2520 IFS6=D6AND(S6<S4ORS6<S5)THENE=0:GOTO2560
2530 IFS6>D6THENE=7:GOTO2560
2540 IFS6=D6THENE=6:GOTO2560
2550 E=3
2560 E%(S,J)=E:NEXT S,J
2570 PRINT"  "AND N."X";:FORK=0TO2:IFK=1THENPRINT
2580 F=12:IFTT<>13THENF=18:IFK=1THENNEXT
2590 FORS=0TO3:IFK=1THENK=3:F=0:GOSUB2670:K=1:F=23
2600 IFK<>0THEN2660
2610 IFTT=0THEN2660
2620 IFLEN(UB$)=2ANDS=1THENPRINT"CONTR."UB$;:GOTO2640
2630 IFS=1THENPRINT"CONTR."B$;
2640 IFS=2THENPRINT"TU "W(0);
2650 IFS=3THENPRINT"LORO"W(1);
2660 GOSUB2670:PRINT:NEXTS,K:RETURN
2670 PRINTTAB(F)S1$(S)J$(S,K);:RETURN.

```

```

100 REM COPYRIGHT IN BASIC
102 REM VIA SEZZE 22 LATINA
104 REM TEL. 487631
110 CLR:PRINT"  ":TV=1024:DIMQ$(15,15)
115 B=3:P0=53280:FORK=0TO1:POKEP0+K,B:NEXT
120 PRINT"*****"
130 PRINT"  "
140 PRINT"  "
150 PRINT"  "
160 PRINT"  "
170 PRINT"  "
180 PRINT"  "
190 PRINT"  "
200 PRINT"  "
210 PRINT"  "
220 PRINT"  "
230 PRINT"  "
240 PRINT"  "
250 PRINT"  "
260 PRINT"*****"
300 PRINTTAB(12)"0000(PREMI UN TASTO)"
310 GETA$:IFA$=""THEN310
320 PRINT"0000";:FORK=1TO15:PRINTCHR$(64+K);:NEXT:PRINT"00"
330 FORK=1TO15:IFK<10THENPRINT" ";
340 PRINTK:NEXT
350 PRINT"0000 "
360 FORK=1TO15:PRINT"0000 "
370 PRINT"0000 "
380 REM SCELTA RANDOMICA DI 10 VOCABOLI E LORO SISTEMAZIONE
390 PRINT"0"TAB(24)"0UN ATTIMO DI"
400 PRINTTAB(26)"PAZIENZA0"
410 FORK=1TO15:FORJ=1TO15:Q$(K,J)="0":NEXTJ,K
420 V(0)=INT(49*RND(TI)+2)
430 FORK=1TO9
440 V(K)=INT(RND(TI)*50+1)
450 FORJ=0TOK-1
460 IFV(K)=V(J)THEN440

```

```

470 NEXT J,K
480 FORK=0T09
490 FORJ=1T0V(K):READV$(K):NEXT:RESTORE
500 NEXT
510 FORK=0T09
520 C1=INT(RND(TI)*15+1)
530 C2=INT(RND(TI)*15+1)
540 X=INT(RND(TI)*3)-1
550 Y=INT(RND(TI)*3)-1
560 IFX=0ANDY=0THEN540
570 IFC1+X*(LEN(V$(K))-1)>15THEN540
580 IFC2+Y*(LEN(V$(K))-1)>15THEN540
590 IFC1+X*(LEN(V$(K))-1)<0THEN540
600 IFC2+Y*(LEN(V$(K))-1)<0THEN540
610 FORJ=0TOLEN(V$(K))-1
620 IFQ$(J*X+C1,J*Y+C2)=MID$(V$(K),J+1,1)THEN650
630 IFQ$(J*X+C1,J*Y+C2)="0"THEN650
640 GOTO520
650 NEXT
660 FORJ=0TOLEN(V$(K))-1
670 Q$(J*X+C1,J*Y+C2)=MID$(V$(K),J+1,1)
680 PRINT"#####"SPC(28)24-K
690 NEXT
700 R1(K)=X:R2(K)=Y:R3(K)=C1:R4(K)=C2
710 NEXT
720 FORK=0T09:C#=C#+V$(K):NEXT:L=LEN(C#)
730 FORK=1T015:PRINT"#####"SPC(28)16-K
740 FORJ=1T015:IFQ$(K,J)<>"0"THEN760
750 R=INT(L*RND(TI)+1):Q$(K,J)=MID$(C#,R,1)
760 NEXT
770 IFK=6ORK=15THENPRINT"#####"SPC(28)" "
780 NEXT
790 PRINT"#####"SPC(24)" "
800 PRINTSPC(24)" "
810 REM STAMPA DEI VOCABOLI E DEL QUADRO
820 PRINT"#####"SPC(24)"ELENCO PAROLE"
830 FORK=0T09:PRINTSPC(24)"K"-V$(K):NEXT
840 PRINT"#####":FORK=1T015:FORJ=1T015:D#=D#+Q$(K,J):NEXT
850 PRINTTAB(4)D#:D#="" :NEXT
855 WR=55380:FORK=0T014:FORJ=0T014:POKEWR+K+40*J,6:NEXT:NEXT
860 REM GIOCO
870 Q$="#####
880 H$=" "
890 PRINTQ$:"QUANTI MINUTI DI GIOCO ?"
900 GETP$:IFP$=""THEN900
910 IFASC(P$)<49ORASC(P$)>58THEN900
920 PRINTQ$H$
930 TI$="000000":P=ASC(P$)-48
940 IFTI>P*3600THENPRINTQ$H$:GOTO1160
950 PRINTQ$:"NUMERO DEL VOCABOLO ?"
960 GETQ$
970 IFQ$=""THEN940
980 R1=ASC(Q$)-48
990 IFR1<0ORR1>9THEN940
1000 PRINTQ$H$
1010 PRINTQ$;:INPUT"RIGA IN CUI INIZIA":R2$:R2=VAL(R2$):PRINTQ$H$
1020 PRINTQ$;:INPUT"COLONNA":R3$:PRINTQ$H$:R3=ASC(R3$)-64
1030 IFTI>P*3600THENPRINTQ$H$:GOTO1160
1040 IFR2<R3(R1)THEN940
1050 IFR3<R4(R1)THEN940
1060 IFFL(R1)=1THEN940
1070 POKETV+47+80*R1+18+40,32

```

```

1080 FL(R1)=1:M=M+1
1090 FORK=0TOLN(V*(R1))-1
1100 KK=TV-41+44+40*R2+R3+K*R2(R1)+K*40*R1(R1)+40
1110 IFPEEK(KK)<30THENPOKEKK,PEEK(KK)+128
1120 NEXT
1130 IFM=10THEN1210
1140 GOTO940
1150 REM FINE GIOCO
1160 FORK=1T010:PRINTQ$"HAI PERSO !!"
1170 FORJ=1T0300:NEXT:PRINTQ$"HAI PERSO !!";FORJ=1T0300:NEXT:NEXT:PRINTQ$H$
1180 C$=""
1190 FORK=0T09:H(K)=0:NEXT:M=0
1200 GOTO1270
1210 T=TI/60
1220 PRINTQ$H$:FORK=1T010:PRINTQ$"HAI VINTO !!"
1230 FORJ=1T0300:NEXT:PRINTQ$"HAI VINTO !!";FORJ=1T0300:NEXT:NEXT:PRINTQ$H$
1240 PRINTQ$"HAI VINTO IN "INT(T)"SECONDI"
1250 GOTO1320
1260 REM USCITA PER TEMPO SCADUTO
1270 PRINTQ$"ECCO LA SOLUZIONE ↑"
1280 FORR1=0T09:FORK=0TOLN(V*(R1))-1
1290 KK=TV-41+44+40*R3(R1)+R4(R1)+K*R2(R1)+K*40*R1(R1)+40
1300 IFPEEK(KK)<30THENPOKEKK,PEEK(KK)+128
1310 NEXT:NEXT
1320 PRINT"VUOI RIPROVARE ?"
1330 GETY$:IFY$=""THEN1330
1340 IFY$="S"THENRUN
1350 PRINT"OK - CIAO !!"
1360 END
1370 REM VOCABOLI DI BASE
1380 DATAGINEVRA,PORPORA,WEEKEND,SUSANNA,LONDRA,VIOLETTA,FRANCESCA
1390 DATAKOMODORE,AZALEA,CARLO,BUCAREST,MARRONE,PAPERINO,CAMOSCIO
1400 DATAKAMIKAZE,TORONTO,RAFFAELE,HANDICAP,CHIOCCIA,AMARANTO,TOKYO
1410 DATANEWYORK,MIRELLA,BUDAPEST,TIZIANO,CANGURO,PRIMULE,CATULLO
1420 DATAARRANCIONE,COMPUTER,TOPOLOGIA,QUADRO,MADRID,ANGELO,ANTILOPE
1430 DATAGIUSEPPE,SNOOPY,TULIPANO,VIENNA,ANTONIO,SQUADRA,INDACO
1440 DATAJUVENTUS,PANDA,ANEMONI,AZZURRO,PECHINO,REATTORE
1450 DATAMOQUETTE,SAMOVAR

```

```

100 CLR:POKE53280,10:POKE53281,3
110 A$="*****"
120 PRINT" "A$
130 FORI=1T020:PRINT" "I$:NEXT:PRINT" "A$
140 PRINT" "I$:FORI=1T021:PRINT" "I$:NEXT:PRINT
150 PRINT"*****LABORATORE"
160 PRINTTAB(11)"D I E T E"
170 PRINTTAB(8)"PREMI IL TASTO RETURN ";GOSUB2270
180 DIM C1(2,3),C2(2,3),C3(5),C4(6,3)
190 FORI=1T02:FORJ=1T03:READC1(I,J):NEXT:NEXT
200 DATA 3.9167,4.0833,4.5,3.4167,3.5833,4
210 FORI=1T02:FORJ=1T03:READC2(I,J):NEXT:NEXT
220 DATA 128.75,128.25,142.5,105,106,122
230 FORI=1T05:READC3(I):NEXT
240 DATA 3.68,4.32,5.75,8,12,3
250 FORI=1T06:FORJ=1T03:READC4(I,J):NEXT:NEXT
260 DATA 196,199,210,175,7,183,5,199
270 DATA 164,171.5,186,180,182,192
280 DATA 164,171.5,186,154.5,162,175
290 C6=.454:C7=2.54

```

```

300 P0$="(S OPPURE N)"
310 P1$="SPIACENTE,SEI TROPPO "
320 P2$="PER QUESTI CALCOLI.":P3$="I RISULTATI POSSONO ESSERE IMPRECISI."
330 P4$="-----":H$="□"
340 PRINTH$
350 PRINT"#####)CONTROLLO DEL PESO"
360 PRINT"#####"
370 PRINTTAB(7)"#####)RISPONDI ALLE MIE"
380 PRINTTAB(7)"#####)DOMANDE, E POI BATTI"
390 PRINTTAB(7)"#####)IL TASTO S E T U R N"
400 PRINT"#####)E' LA PRIMA VOLTA CHE"
410 PRINT"#####)FAI UNA DIETA ? ";
420 S2=2
430 GOSUB2270:PRINT"□"
440 IFLEFT$(WW$,1)="N" THEN S2=1
450 IFLEFT$(WW$,1)="S" THEN S2=0
460 IF S2<2 THEN 480
470 GOSUB 2260:GOTO370
480 IF S2=1 THEN 570
490 PRINT"#####)
500 PRINT"QUESTO PROGRAMMA NON HA BISOGNO DI"
510 PRINT"SPIEGAZIONI , DOVRAI SEMPLICEMENTE"
520 PRINT"RISPONDERE ALLE DOMANDE. I RISULTATI"
530 PRINT"SONO VALIDI PER PERSONE DI ETA'"
540 PRINT"COMPRESA FRA 18-71 ANNI,E DI ALTEZZA"
550 PRINT"COMPRESA FRA 152-198 CM."
560 PRINT
570 PRINT"UNITA' BRITANNICHE O ITALIANE ? (B-I) ";
580 GOSUB2270:S1=-1*(WW$="I")
590 IFS1=0AND(WW$<>"B")THENGOSUB2260:GOTO570
600 PRINTH$:IFS1=0THEN640
610 PRINT "#####)QUANTO SEI ALTO IN CM? ";:GOSUB2270:A2=VAL(WW$)
620 A2=A2/2.54:GOTO660
630 GOSUB 2270
640 PRINT "#####)SEI ALTO.....":PRINTSPC(15)"#####)PIEDI? ";:GOSUB2270:A1=VAL(WW$)
650 PRINT:PRINTSPC(15)"#####)POLLICI? ";:GOSUB2270:PRINT"□":A2=VAL(WW$):A2=A1*12+A2
660 IF A2>59 GOTO 700
670 PRINT:PRINTP1$;"BASSO"
680 PRINTP2$:PRINTP3$
690 GOTO730
700 IF A2<76 GOTO 730
710 PRINT:PRINTP1$;"ALTO"
720 PRINTP2$:PRINTP3$
730 PRINT
740 PRINT "#####)QUAL'E' IL TUO SESSO (M - F)? ";
750 A3=9
760 GOSUB 2270:PRINT"□"
770 IFWW$="M" THEN A3=1
780 IFWW$="F" THEN A3=2
790 IF A3<3 GOTO 820
800 GOSUB 2260
810 GOTO 730
820 PRINT"#####)COM'E' LA TUA COSTITUZIONE?"
830 PRINT"#####)(S=SOTTILE,M=MEDIA,L=LARGA) □";
840 A4=9
850 GOSUB 2270:PRINT"□"
860 IFWW$="S" THEN A4=1
870 IFWW$="M" THEN A4=2
880 IFWW$="L" THEN A4=3
890 IF A4<4 GOTO 920
900 GOSUB 2260
910 GOTO 820

```

```

920 B0=C1(A3,A4)*A2-C2(A3,A4)
930 IF S1=1 THEN B0=B0*C6
940 B2=INT(B0*.25+.5)/10
950 B0=INT(B0+.5)
960 PRINT "00000";P4$:PRINT
970 PRINT "IL TUO PESO IDEALE DEVE ESSERE COMPRESO"
980 PRINT"GRA"SPC(9)/INT(B0-B2+.5)" E "INT(B0+B2+.5)
990 PRINT:PRINTP4$:PRINT
1000 PRINTSPC(23)"(K - N)00":PRINT"VUOI CHE TI CALCOLO LA DIETA ? ";
1010 GOSUB2270:PRINT
1020 IF WW#<>"S" AND WW#<>"N" THEN GOSUB2260:GOTO1000
1030 IFWW#="N" GOTO 1570
1040 PRINT "000000000QUANTI ANNI HAI ? ";
1050 GOSUB 2270
1060 A5=VAL(WW#)
1070 IF A5>17 GOTO 1110
1080 PRINT:PRINTP1$;"GIOVANE"
1090 PRINTP2$:PRINTP3$:PRINT
1100 GOTO 1130
1110 IF A5<72GOTO1130
1120 PRINT:PRINTP1$;"VECCHIO":PRINTP2$:PRINTP3$:A5=71.999
1130 PRINT
1140 PRINT "000QUAL'E' IL TUO PESO ATTUALE?00";
1150 GOSUB 2270:PRINT"0":A1=VAL(WW#):IFA1<=0THENGOSUB2260:GOTO1140
1160 IF S1=0 GOTO 1180
1170 A1=A1/C6:B0=B0/C6
1180 GOSUB 1640
1190 IF S2=1 GOTO 1260
1200 B3=(A1-B0)/B0
1210 IF B3<0 GOTO 1230
1220 IF B3>.04 GOTO 1260
1230 PRINT:PRINT"COMPLIMENTI !!!"
1240 PRINT"NON DEVI OSSERVARE ALCUNA DIETA"
1250 IFS2=0THEN1560
1260 PRINT"VUOI COMINCIARE UNA DIETA ? (S-N) ";
1270 GOSUB 2270
1280 IFWW#="N" GOTO 1570
1290 PRINTH$
1300 IF S2=1 GOTO 1330
1310 A7=A1-B0
1320 GOTO 1420
1330 IF S1=0 GOTO 1390
1340 PRINTH$
1350 PRINT"QUANTI KG VUOI PERDERE ? ";
1360 GOSUB 2270:A7=VAL(WW#):IFA7<=0THENGOSUB2260:GOTO1350
1370 A7=A7/C6
1380 GOTO 1410
1390 PRINT"QUANTE LIBBRE VUOI PERDERE ? ";GOSUB2270:A7=VAL(WW#)
1400 IFA7<=0THENGOSUB2260:GOTO1390
1410 PRINT
1420 PRINT "0000SEI DISPOSTO A CAMBIARE IL TUO ATTUALE"
1430 PRINT"LIVELLO DI ATTIVITA' FISICA ? (S-N) ";
1440 GOSUB 2270
1450 PRINT
1460 IFWW#="S" THEN GOSUB 1640
1470 IF S2=1 GOTO 1520
1480 A8=1200
1490 PRINT"OK, TI SUGGERISCO LA DIETA SEGUENTE:"
1500 PRINT"1200 CALORIE AL GIORNO":GOTO1550
1510 GOTO 1550
1520 PRINT
1530 PRINT"QUANTE CALORIE AL GIORNO":PRINT"DESIDERI NELLA DIETA? ";

```



```

1540 GOSUB2270:A8=VAL(WW$)
1550 GOSUB1910
1560 PRINT
1570 PRINT:PRINT"VUOI RIPETERE IL CALCOLO PER"
1580 PRINT"UN ALTRO PESO ? (S-N) ";
1590 GOSUB 2270
1600 IFWW$="N" GOTO 1630
1610 PRINTh$
1620 GOTO600
1630 END
1640 PRINT "##### LIVELLI DI ATTIVITA' FISICA"
1650 PRINTTAB(10)"1 = SEDENTARIA":PRINTTAB(10)"2 = LEGGERA"
1660 PRINTTAB(10)"3 = MODERATA"
1670 PRINTTAB(10)"4 = ENERGICA":PRINTTAB(10)"5 = SEVERA"
1680 PRINT"##### QUALE LIVELLO ? (DA 1 A 5) ";
1690 GOSUB 2270:PRINT" ":A6=VAL(WW$)
1700 IF0<A6<AND6<6 GOTO 1730
1710 GOSUB 2260
1720 GOTO 1640
1730 I0=INT(A5/18)
1740 IF I0<1 THEN I0=1
1750 I1=I0+(A3*3-3)
1760 I2=1+((A2-60)/6)
1770 I2=INT(I2)
1780 IF I2<1 THEN I2=1
1790 IF I2>3 THEN I2=3
1800 W1=C3(A6)*A1
1810 W2=(A1+.425)*C4(I1,I2)
1820 B2=1.11*(W1+W2)+.5
1830 B2=INT(B2)
1840 PRINT
1850 PRINT"##### CAL/GIORNO DI MANTENIMENTO ="B2
1860 PRINTP4$
1870 PRINT"CALORIE GIORNALIERE PER MANTENERE"
1880 PRINT"IL TUO PESO ATTUALE."
1890 PRINT
1900 RETURN
1910 PRINT
1920 A9=A1-A7
1930 W1=A1
1940 I=0:J=0:W3=0
1950 PRINT"VUOI VEDERE CON QUALE RITMO PERDERAI"
1960 PRINT"IL PESO DURANTE LA DIETA ? ";GOSUB2270:A$=WW$
1970 IFA$="N"GOTO2130
1980 PRINTh$:PRINT"GIORNI KG-PERSI PESO ATTUALE "
1990 PRINT
2000 IFA$="N"GOTO2130
2010 J=J+1
2020 W8=W3:W9=W1
2030 IF1THENW8=W8*C6:W9=W9*C6
2040 W8=INT(W8*100+.5)/100:W9=INT(W9*100+.5)/100
2050 IF J<20 GOTO 2100
2060 PRINT:PRINT"PREMI IL RETURN PER CONTINUARE ";
2070 GOSUB2270
2080 J=0
2090 GOTO 1980
2100 IFA$="N"GOTO2130
2110 IF1=0GOTO2130
2120 PRINTI,W8,W9
2130 I=I+1:W6=C3(A6)*W1:W7=(W1+.425)*C4(I1,I2):B2=W6+W7
2140 W3=(B2-A8*.9)/3500:W1=W1-W3

```

```

2150 IF(W3>0AND(W1-A9)>0)OR(W3<=0AND(W1-A9)<0)THEN2000
2160 PRINT
2170 IF I>1 GOTO 2200
2180 PRINT"SPIACENTE, DEVI MANGIARE DI MENO..":PRINT"...O MUOVERTI DI
      PIU'!"
2190 RETURN
2200 I=I-1:PRINT"PREMI RETURN PER CONTINUARE ";GOSUB2270:PRINT
2210 PRINT" "P4$:PRINT"DIETA SUGGERITA (CAL/GIORNO):",A8
2220 PRINT"AL LIVELLO DI ATTIVITA' ATTUALE("A6")"
2230 PRINT"DURATA DELLA DIETA ="I" GIORNI"
2240 IFS1THENA7=A7*C6
2250 PRINT"PESO CHE PERDERAI ="INT(A7+.5):RETURN
2260 PRINT:PRINT"*** RISPOSTA NON VALIDA *** RIPROVA":RETURN
2270 WW$=""
2280 PRINTTAB(10);"||";FORVV=1TO50:GETQQ$:IFQQ$<>" "THENVV=51:GOTO2310
2290 NEXT:PRINT"||";FORVV=1TO50:GETQQ$:IFQQ$<>" "THENVV=51:GOTO2310
2300 NEXT:GOTO2280
2310 NEXT:IFASC(QQ$)=13THENPRINT"||";RETURN
2320 IFASC(QQ$)=20THEN2360
2330 IFASC(QQ$)=34THENQQ$=" "
2340 WW$=WW$+QQ$:IFLEN(WW$)>254THENWW$=""
2350 PRINT" ||"QQ$;GOTO2280
2360 IFLEN(WW$)<1THEN2270
2370 IFLEN(WW$)=1THENPRINTQQ$;GOTO2270
2380 WW$=LEFT$(WW$,LEN(WW$)-1):PRINTQQ$;GOTO2280

```

È un libro di software per la scuola, scritto con competenza e sensibilità da un insegnante.

Si tratta prevalentemente di programmi didattici classificabili all'interno delle discipline tradizionali, matematica, fisica, statistica, ecc., ma non mancano programmi di intrattenimento - come la classica battaglia navale - che hanno sempre comunque nella scuola il loro punto di riferimento.

Il volume può essere utile agli studenti, agli insegnanti e anche a tutti coloro che davanti a un computer, danno ancora l'impressione di essere sui banchi di scuola.

Risparmiate tempo ed errori!

Tutti i programmi descritti in questo libro sono disponibili su tre cassette, pronti per essere utilizzati.



franco muzzio & c. editore

ISBN 88-7021-258-0

L. 17.000 (16.666)